Fizikai Szemle 2009/3. 118.o.

A TISZTESSÉGES MAGATARTÁS KIALAKULÁSA: JÁTÉKELMÉLETI ELEMZÉS

Szabó György
MTA MFA

A játék nem játék

Az emberek és az állatok jelentős része játékokon keresztül sajátítja el, hogyan kell viselkedni azokban az élethelyzetekben, amelyekkel felnőtt korukban találkoznak. A legtöbb ilyen játék leegyszerűsített formában szembesíti a játékosokat a valóságban előforduló helyzetekkel. A leegyszerűsítés lehet olyan mértékű, hogy már a matematika nyelvét és eszközeit is használhatjuk a legjobb megoldás megtalálásában. A játékelmélet egységes matematikai keretének kidolgozását és ezen belül a játékok gazdag választékának osztályozását *Neumann János* indította el. A Neumann nevével fémjelzett klasszikus játékelméletben a játékosok önzőek (mindegyikük a saját nyereményének maximálására törekszik) és intelligensek, azaz mindegyikük ismeri az összes lehetséges döntést és az ahhoz tartozó számszerűsített nyereményeket. A játékosok intelligenciája arra is kiterjed, hogy ha létezik jó megoldás, akkor azt képesek megtalálni, miközben játékostársuk hasonló képességéről sem feledkeznek meg. Azt is tudják, hogy Ő tudja, hogy én tudom, hogy Ő .... A klasszikus játékelmélet erősen kötődik a közgazdaságtanhoz, mert az „üzleti élet” szereplőiről a játékosokhoz hasonló viselkedést lehetett feltételezni.

Az elmúlt évtizedekben a játékelmélet jelentős mértékben bővült és fejlődött. Kiderült, hogy az emberi viselkedés nem annyira racionális, amennyire azt a hagyományos játékelmélet feltételezi. Nagyon sok esetben a játék túl bonyolult - sok szereplő, ismétléses játékok, hiányos ismeretek, tévedések lehetősége stb. -, és ilyenkor a racionális gondolkodás helyett a társadalom tagjai egyszerű sémákat követve - például az eredményesebb szereplő viselkedésének utánzásával - próbálják maximalizálni saját nyereményüket. Ezt az utóbbi felismerést erősítette a biológiai evolúció matematikai megalapozása, ahol a játékelmélet alapfogalmát, a nyereménymátrixot használjuk a különböző stratégiákat képviselő fajok közötti kölcsönhatás jellemzésére, ami a fajok utódlétrehozó képességét (a sikerességét) számszerűsíti. A darwini evolúció alkalmazása a fajok egyedszámára azt jelenti, hogy a sikeresebb faj egyedei szaporodnak a sikertelenek kárára. A biológiai élet-halál játék szelídebb formában jelenik meg az emberi társadalmakban, ahol nem a sikertelen játékos pusztul ki, hanem csak a stratégiája, amikor átveszi a sikeresebb viselkedésformát.

A következő fejezetben egy olyan sokszereplős evolúciós játékelméleti modellt vizsgálunk, ami betekintést nyújt a tisztességes magatartás kialakulására az önző játékosok között is.

Társadalmi dilemmák

A legegyszerűbb társadalmi dilemma helyzetben két játékosnak, egymástól függetlenül kell arról döntenie, hogy a közösség számára előnyös *C* (cooperation) vagy az egyéni önzést képviselő *D* (defection) stratégiát választja. A döntésekhez tartózó számszerűsített nyereményeket egy bi-mátrix segítségével adhatjuk meg:

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} C & D \end{array} \\ \begin{array}{c} C \\ D \end{array} & \begin{pmatrix} (R,R) & (S,T) \\ (T,S) & (P,P) \end{pmatrix}, \end{array} \qquad (1)$$

ami szerint mindkét játékos nyereménye *R* (Reward), ha *C*-t választottak, illetve *P* (Punishment), ha mindketten a *D* stratégiát követik. Ebben a szimmetrikus játékban a játékosok azonosak. Ez abban is megmutatkozik, hogy ellentétes választás esetén a *D* stratégiát választó játékos nyereménye *T* (Temptation to choose defection), míg ellenfelének nyereménye *S* (Sucker’s payoff) lesz. Az úgynevezett Fogolydilemma- helyzetekben a nyeremények sorrendje: $T > R > P > S$; a Szarvasvadászatnak megfelelő játékban: $R > T > P > S$; a Héja-Galamb játékban pedig: $T > R > S > P$.

Az említett játékok elnevezése is életből ellesett helyzetekre utal. A *Fogolydilemmánál* két játékosunk egymástól elkülönített cellában azon gondolkodik, hogy elárulja-e társát (*D* stratégia) vagy hallgasson (*C* stratégia). A rablási kísérlet után a tárgyi bizonyíték és szemtanúk hiánya miatt a rend őre azt ajánlotta nekik, hogy ők adjanak bizonyítékot társuk bűnösségére. Ha mindketten elárulják a másikat, akkor három hónapos börtönbüntetés szabható ki rájuk. Ha mindketten hallgatnak, akkor bizonyíték hiányában egy hét múlva kiszabadulnak. Azonnal szabadulhat az a játékos, aki egyoldalúan árulja el társát, aki viszont öthónapos büntetésre számíthat. Ebben az esetben nyereménynek tekinthetjük a maximális büntetéshez képest szabadlábon eltöltött időt. A *Szarvasvadászat* példája *Rousseau*-tól származik. Játékosaink a szarvas elejtésében csak akkor lehetnek sikeresek, ha mindketten kizárólag a vad elejtésére koncentrálnak (kölcsönös *C*), és a bekerítés közben egyikük sem próbálkozik az útjába eső kisvad (pl. nyúl) elejtésével (*D* stratégia), amit ugyan el lehet rejteni a társ elől, de ez a tevékenység biztosan elriasztja a nagyvadat. A nyereményt ekkor mérhetjük a várható zsákmány súlyával. *Héja-Galamb* játékkal osztozkodáskor találkozhatunk. A jutalom - ami lehet terület, vagy zsákmány, vagy pénz - elosztásánál játékosaink választhatják a békeszerető (*C*) vagy az agresszív (*D*) magatartást. Ha mindketten a *C* stratégiát választják, akkor felezik a jutalmat. Az agresszív játékossal szemben a békeszerető a teljes jutalmat átengedi. Két agresszív játékos azonban megverekszik a jutalomért és az egymásnak okozott sérülések mértéke meghaladja a jutalom értékének felét.

Mindhárom esetben a *C* kölcsönös választása nagyobb nyereményt biztosít a játékosok számára, mint a kölcsönös *D* ($R > P$), illetve, mint a *C* egyoldalú választása ($R > S$). A játékosok mégis szívesebben választják a *D*-t, ha a *D* egyoldalú választása előnyösebb a kölcsönös *C*-nél ($T > R$), illetve, ha a kölcsönös *D* nagyobb jövedelmet biztosít, mint a *D* egyoldalú választása ($P > S$). Az előbbi feltétel teljesül a Héja- Galamb játékban, az utóbbi a Szarvasvadászatnál, és mindkét hajtóerő érvényesül a Fogolydilemmánál. A Fogolydilemma különlegessége, hogy a racionális (önző) játékosoknak *D*-t célszerű választani annak ellenére, hogy ezzel az össznyereményük értéke a lehető legkisebb lesz, amit a játékelméletben a Közösség Tragédiájának is hívnak. Más szavakkal, ez a játék mutatja meg legtisztábban, hogy az egyéni és közösségi érdekek között feloldhatatlannak tűnő ellentmondás alakulhat ki. Fogolydilemma-helyzet valósul meg akkor is, ha játékosainknak arról kell dönteni egymástól függetlenül, hogy befizetnek-e c költséget azért, hogy társuk $b > c$ jövedelemhez jusson. A mindennapi életünkben ezen utóbbi helyzettel szembesülünk leggyakrabban, amikor például arról döntünk, hogy a munkamegosztásban számunkra kiosztott feladatot tisztességesen (*C*) vagy tisztességtelenül (*D*) végezzük el; a szakmánkat alaposan elsajátítjuk vagy sem; a közlekedésben betartjuk a szabályokat vagy tolakodunk, vigyázunk az egészségünkre vagy gyógykezelésünk költségeit másokkal fizettetjük meg stb. A felsorolt példák arra is utalnak, hogy egy társadalomban az erkölcsi válságnak, a szakértelem és közlekedési morál hiányának közös oka van: az egyéni önzés érvényesül a közösségi érdekkel szemben.

Felfedezése idején a Fogolydilemma létezése legalább akkora kételyeket okozott a kapitalizmus elméleti megalapozhatóságában, mint amit a püthagoraszi iskola hívei élhettek át akkor, amikor bebizonyították, hogy a $\sqrt{2}$ nem racionális szám (a Fogolydilemmahelyzet felfedezőit nem végezték ki). Mára azonban számos magyarázatot és okot sikerült találni arra, hogy a tisztességes magatartás az önző egyének között is fenntartható a Fogolydilemma-helyzetekben. Az egyik fontos magyarázat a játék ismétlésére épül, ami kibővíti a játékosok lehetőségeit azáltal, hogy aktuális választásuknál figyelembe vehetik társaik korábbi döntéseit is. *Robert Axelrod* számítógépes versenye azt igazolta, hogy az ismétléses Fogolydilemma- játékoknál a Szemet-Szemért (vagy más néven Kölcsönkenyér visszajár, angolul Tit-for-Tat, röviden *TfT* stratégia használatával a közösség elkerülheti a tragikus végállapotot. A versenyben nyertes *TfT* stratégia az első lépésben *C*-t választ, majd pedig megismétli a játékostárs előző döntését, azaz *D*-vel bünteti a potyázást (vagy élősködést) és *C*-vel jutalmazza a tisztességes magatartást. Azóta is ez a javallott stratégia az egyén számára az ismételt Fogolydilemmahelyzetekben, ha játékostársainkról semmit sem tudunk. A következő fejezetben ugyanezt az eredményt egy olyan stratégiahalmaz segítségével elemezzük, ami további érdekességekre hívta fel a figyelmet.

Stochasztikus reaktív stratégiák versengése

A stochasztikus reaktív stratégiákat *Martin Nowak* és *Karl Sigmund* javasolta a sokszereplős ismételt Fogolydilemma elemzésére 1982-ben. A *TfT* hasonlatosságára a stratégiahalmaz stratégiái csak a partner előző döntését veszik figyelembe és a választott stochasztikus döntést két paraméter ($0 < p, q < 1$) jellemzi. A (p, q) stratégia p (illetve q) valószínűséggel választ *C*-t, ha a partner előzőleg *C*-t (illetve *D*-t) választott. Természetesen itt is meg kell mondani, hogy mi történjen az első lépésben, de hosszú távon ez a döntés elveszti a jelentőségét, ha $0< p, q < 1$. Könnyű kiszámolni, hogy egy átmeneti időszak után a (p, q) és (p', q') stratégiák milyen valószínűséggel választanak *C*-t, illetve *D*-t egymás ellen és ugyanakkor a nyereményeik átlagos értékét is meghatározhatjuk.

A (p,q) stratégiák közül néhányat érdemes kiemelni. Az egyik legegyszerűbb stratégia (továbbiakban *mD*) feltétel nélkül választja a *D*-t, míg ellentétes pár- ja, az *mC* mindig a tisztességes magatartást követi. Ha $p = q$, akkor a játékosaink döntése független a partner előző választásától. Külön érdemes kiemelni a barátságos stratégiákat ($p = 1$), akik nem hajlandók elsőként élősködni partnereiken. A barátságos stratégiák együttműködnek, azaz egymás ellen mindig tisztességesek és közösségük számára a maximális össznyereményt biztosítják. Ezzel ellentétesen működnek azok a stratégiák, ahol $q = 0$, vagyis ők élősködni próbálnak egymáson és ennek hatására közösségük a társadalmi tragédia állapotába kerül. A korábban ajánlott *TfT* stratégia is része a stratégiahalmaznak. Az (1,0) determinisztikus reaktív stratégia többféle *TfT* stratégiát képvisel, attól függően, hogy mit választ az első lépésben. Az Axelrod versenyében nyertes stratégiák is barátságosak, vagyis segítik egymást. Ennek ellenére van egy hátrányos tulajdonságuk: szigorú magatartásuk következtében megbomolhat a közöttük kialakult együttműködés, ha bármiféle zavart követően egyikük tévedésből *D*-t választ. A hibás döntés után ellentétesen váltakozva választják a *C* és *D* döntéseket, aminek következtében átlagos nyereményük $(T+S)/2$ lesz, amiről feltételezzük, hogy kisebb, mint R. Már Axelrod felismerte, hogy ebből a zavarból kikerülhetnek a játékosok, ha az úgynevezett megbocsátó *TfT* -t (röviden *mTfT*) stratégiát, azaz az (1, q) stochasztikus reaktív stratégiát követik, ahol q a megbocsátás mértékét jellemzi. q = 1-nél az *mTfT* azonossá válik az *mC* stratégiával.

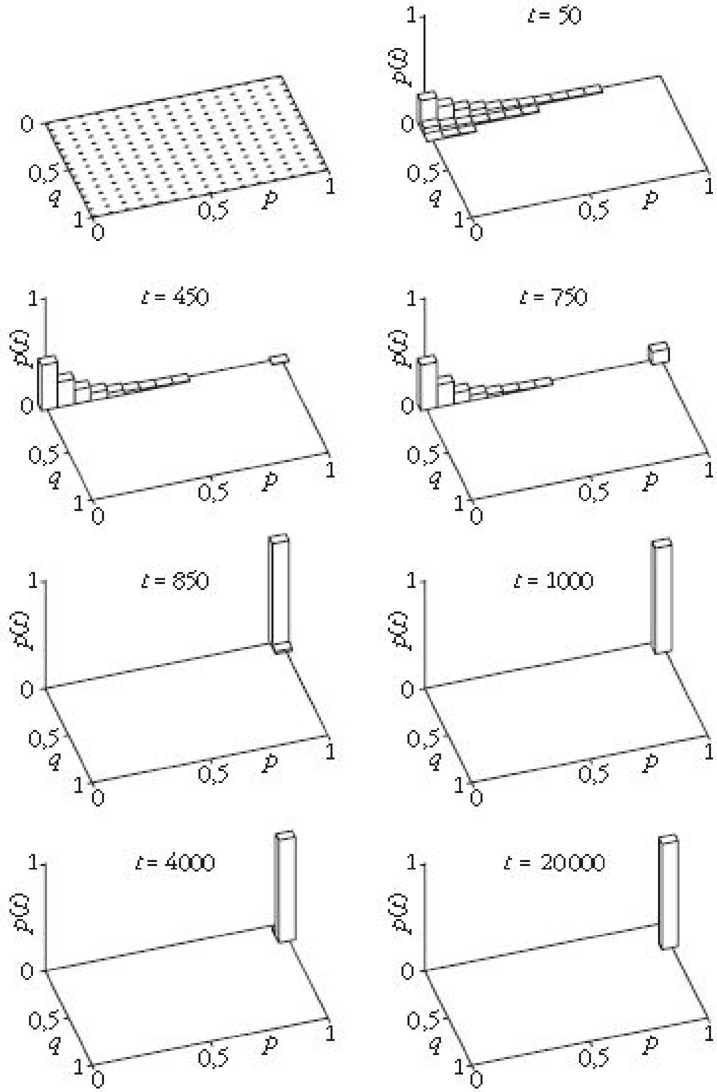
Nowak és Sigmund numerikusan vizsgálták, hogy mi történik egy olyan közösségben, ahol a végtelenül nagyszámú játékos ρ_i hányada követi az $s_i = (p_i,q_i)$ stratégiát, ahol a 100 különböző stratégiát véletlenül választották ki a lehetséges stratégiák közül. A $t = 0$ időpillanatban mindegyik stratégiát azonos számú játékos választotta [$\rho_i(t=0) = 1/100$]. Ezt követően a t = 1, 2, ... időpontokban a játékosok a replikátoregyenlet szellemében módosíthatták stratégiájukat, és a következő lépésben már a játékosok

$$\rho_i(t+1) = \frac{\rho_i(t) \sum_j U(s_i, s_j) \rho_i(t)}{\sum_{j,k} \rho_k(t) U(s_k, s_j) \rho_j(t)} \qquad (2)$$

hányada választja az s_i stratégiát, ahol $U(s_i, s_j)$ az s_i stratégiát követő játékos nyereményét fejezi ki az s_j -vel szemben.

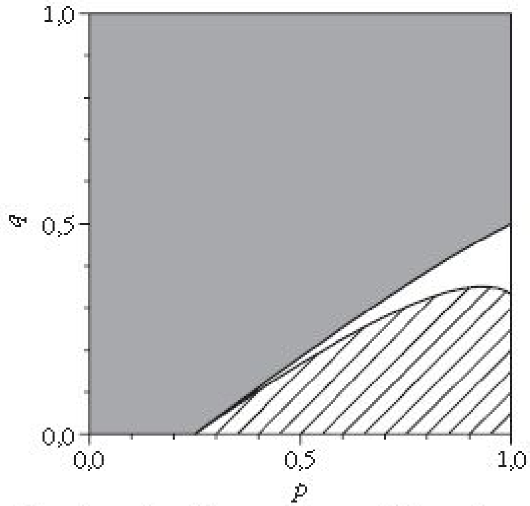
A jelenségek világosabb megjelenítése érdekében az *1. ábrá*n egy olyan időfejlődést mutatunk be, ahol a lehetséges 225 s_i stratégiát a kétdimenziós paramétertéren egyenletesen osztottuk el.

Az *1. ábra* világosan mutatja, hogy kezdetben az *mD* stratégia jut a legmagasabb nyereményhez és emiatt követői elszaporodnak más, kevésbé élősködő ($p,q = 0$) stratégiákkal együtt. Ezzel párhuzamosan éltetőik, a jóhiszemű stratégiák zöme szinte teljesen kipusztul. A folyamat végén a játékosok nagy része a *D* döntést választja, vagyis a közösség eljut egy tragikus állapotba, ahol a közösség össznyereménye minimális. Ugyanakkor, a túlélő *TfT* stratégiák végig segítik egymást, nyereményük meghaladja az élősködő társakét, és emiatt a követők száma lassan növekedésnek indul, majd egy idő múlva ők uralják az egész rendszert. A rendszerben jelen levő zaj miatt azonban a *TfT* stratégiák gyakran büntetik egymást, és ekkor kezdenek elszaporodni az egyre megbocsátóbb *mTfT* stratégiát követő játékosok. Végül a stratégiapopuláció fejlődése leáll egy olyan állapotban, ahol a megbocsátás (q) elér egy optimális szintet.



1. ábra. A stochasztikus reaktív stratégiák populációjának változása t lépést követően. A lehetséges (p, q) stratégiák elhelyezkedését a bal felső ábra mutatja. Az oszlopok magassága csak azoknál a stratégiáknál jelzi a populáció nagyságát, ahol ρ értéke meghaladja annak kezdeti értékét. Az oszlopok láthatósága érdekében a q-tengely irányát megfordítottuk. A nyereménymátrix elemei: $T = 5$, $R = 3$, $P = 1$, $S = 0$.

A stochasztikus reaktív stratégiák lehetővé teszik, hogy a fent leírt jelenség okait analitikusan is értelmezhessük tetszőleges nyereménymátrix esetén. Meghatározhatjuk például azon stratégiák halmazát, amelyek a fenti folyamatban segítik az *mD* stratégiák szaporodását. Ezt jelöli a szürke tartomány a *2. ábrá*n olyan nyereménymátrix esetén, amit az *1. ábrá*n vázolt dinamikai folyamatban is használtunk. Kicsit több számolást igényel a vonalkázott terület meghatározása, ami azon stratégiákat jelöli, ahol kis mutációkon keresztül a homogén (p,q) stratégiapopuláció jobbra, illetve felfelé fejlődik. Más szavakkal, a rendszer számára előnyösebb, ha egy közeli homogén (p+δ,q) vagy a (p,q+δ) állapotba kerül. Az *1. ábrá*n vázolt fejlődési folyamat akkor áll le, amikor a vonalkázott tartomány felső határának jobb szélén egy-egy alatta és felette elhelyezkedő stratégia dinamikai egyensúlyba kerül.



2. ábra. A (p, q) stochasztikus reaktív stratégiák terében a szürke tartomány táplálja a leginkább élősködő (0,0) stratégiát. A vonalkázott tartományban két közeli (p, q) stratégia versengéséből a jobb oldali (illetve a felül levő) kerül ki győztesen, azaz kis mutációkon keresztül a rendszer egy olyan homogén (p^*, q^*) stratégiaeloszlás felé fejlődik, ami a tartomány jobb-felső sarkához legközelebb helyezkedik el.

1985-ben *Molander* meghatározta a megbocsátás optimális mértékét egy olyan rendszerben, ahol a zaj (tévedés) gyakorisága tart a nullához. Eredményét a következő formula fejezi ki:

$$q_{opt} \cong \min\left(1-\frac{T-R}{R-S}, \frac{R-P}{T-P}\right), \qquad (3)$$

ahol a két feltétel egybeesik azokkal a q értékekkel, ahol a *2. ábrá*n vázolt határvonalak elérik a tartomány jobb szélét ($p \to 1$ határeset). Az eredmény függése a nyereménymátrix értékeitől arra is magyarázatot ad, hogy miért volt nehéz feladat őseink számára a büntetés-megbocsátás optimális mértékének megállapítása egy olyan korban, ahol nem foglalkoztak döntéseik következményeinek számszerűsítésével. Itt érdemes felidézni, hogy a *Biblia Ószövetség* része a szigorú szemet-szemért fogatfogért elvet hirdeti (q = 0), ezzel szemben az *Újszövetség* a jézusi megbocsátás (q = 1) mellett szól.

A (3)-as képlet azt is jelzi, hogy a két feltétel közül a szigorúbbat kell figyelembe venni. Ez azért fontos, mert a két feltétel (határvonal a *2. ábrá*n) helyet cserél egymással, ha megfelelően változtatjuk a nyereménymátrix értékeit. Ebben az esetben a darwini evolúciós folyamat nem áll le egy homogén végállapotban. Amikor az egyre megbocsátóbb magatartásformák egymást követő uralmánál a megbocsátás mértéke eléri a szürke tartományt, akkor újra az *mD* stratégia élősködése lesz a legkifizetődőbb magatartásforma, és emiatt a közösség megint eléri a közösségi tragédia állapotát. Ezt az állapotot követi a szigorú *TfT* stratégiák uralma, majd a közösség az egyre megbocsátóbb magatartásformák felé fejlődik, aminek ismételten az *mD* uralom vet véget, és ez a körfolyamat ismétlődik a végtelenségig. Ezt a forgatókönyvet ismerhetjük fel a konfuciusi filozófia jin-jang szimbólumában, ami a sötétség és világosság - átvitt értelemben a Jó és a Rossz - örök körforgását képviseli.

Zárszó helyett

A játékelmélettel foglalkozó szakértők körében közhelynek számít, hogy a Fogolydilemma-helyzetekben az emberi társadalomban a büntetés vagy a büntetéstől való félelem tartja fent a tisztességes (közösségi érdeket előnyben részesítő) magatartást. A stochasztikus reaktív stratégiák körében a *TfT* stratégia képviseli a büntetést a játék ismétlődése esetén. A büntetésnek azonban számtalan egyéb módja is lehetséges a sokszereplős evolúciós játékoknál. Például, ha a közösség olyan törvényeket hoz, ami az egyéni nyeremény csökkentésével bünteti a közösségellenes magatartást, akkor ez a változtatás úgy módosíthatja nyereménymátrix értékeit, hogy az önző játékos számára is kikerülhető a dilemma. Egy másik lehetőséget képvisel a biológiában közismert csoportszelekció. Ebben az esetben a játékosok csoportokat alkotnak, és a sikertelen csoport kihalásán keresztül juthat előnyhöz a közösségi érdeket képviselő tisztességes magatartás. A csoportosulás (és ezen keresztül a büntetés) gyengébb formája jelenik meg térbeli evolúciós játékoknál, ahol a valóságos térben elhelyezkedő játékosok csak a közvetlen közelükben elhelyezkedő játékosokkal játszanak és a követendő viselkedést is lehetőleg ugyanebből a körből választják. Az elmúlt évek vizsgálatai arra világítottak rá, hogy a játékosok közötti különbözőség is segítheti a tisztességes magatartás kialakulását, ha felerősítjük annak hatását, hogy a *C* stratégiát követő mester-tanítvány párosok előnyt élveznek. Erről a történetről írunk majd a folytatásban.

Irodalom

1. K. Sigmund: *Az élet játékai.* Akadémiai Kiadó, Budapest, 1993.
2. M. A. Nowak: *Evolutionary Dynamics: Exploring the Equations of Life.* Harvard University Press, Cambridge, MA, 2006.
3. G. Szabó, G. Fáth: Evolutionary games on graphs. *Phys. Rep. 446* (2007) 97-216.
4. R. Axelrod, W. D. Hamilton: The evolution of cooperation. *Science 211* (1981) 1390-1396.
5. M. A. Nowak, K. Sigmund: The evolution of stochastic strategies in the prisoner’s dilemma. *Acta Appl. Math. 20* (1990) 247-265.
6. P. Molander: The optimal level generosity in a selfish, uncertain environment. *J. Conflict Resolut. 29* (1985) 611-618.
7. F. C. Santos, J. M. Pacheco, T. Lenaerts: Evolutionary dynamics of social dilemmas in structured heterogeneous populations. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA 103* (2006) 3490-3494.