

Fizikai Szemle 2006/12. 393.o.

VOLT-E (VAN-E) FÁZISÁTMENET A BIG BANG (LITTLE BANG) SORÁN?

Fodor Zoltán, Katz Sándor
ELTE TTK Elméleti Fizikai Tanszék

Általában nem vitatott nézet, hogy a legalapvetőbb fizikai elmélet az elemi részek fizikája. A részecskefizikusok a természet legkisebb építőköveit keresik, azok tulajdonságait kívánják megérteni, és bíznak abban, hogy az ezekből felépülő bonyolultabb rendszerek leírásához is el lehet majd jutni. A megismerés során a kísérletek és az elméleti vizsgálatok szoros kölcsönhatásban - és egymásra utaltságban - haladnak. A kísérletek által felfedezett részecskéket és kölcsönhatásokat az elméleti fizikusok foglalják egységes képbe, a kikristályosodó alapvető egyenleteket is ők oldják meg. A kísérletek alapja legtöbbször részecskék ütköztetése részecskegyorsítóban. Ilyenkor néhány nagyenergiás részecske vesz részt a vizsgált folyamatban. Sokkal több nagyenergiás elemi részecskével találkozhatunk például a korai Világegyetemben (Big Bang, "Nagy Bumm", az angol nyelvtől elszakadva "Ősrobbanás"), vagy az azt legközelebből utánzó földi kísérletekben a nehézionok ütközése során (Little Bang, "Kis Bumm").

Igen fontos, alapvető kérdés, hogy volt-e, van-e - az erős kölcsönhatás miatt fellépő - "fázisátmenet" a Big Bang és a Little Bang során. Erre a kérdésre keresett és talált egy nagy visszhangot keltett választ kutatócsoportunk (*Yasumichi Aoki, Endrődi Gergely, Fodor Zoltán, Katz Sándor és Szabó Kálmán*). Az eredmény a sokak által a világ legrangosabb tudományos folyóiratának tartott Nature -ben jelent meg ez év októberében, melyhez ugyanazon folyóiratszámában a 2004. évi fizikai Nobel-díjas, *Frank Wilczek* írt egy figyelemfelkeltő kísérőcikket.

Az erős kölcsönhatást mai tudásunk szerint leíró fizikai elmélet a kvantum-szándinamika. A kvantum-szándinamikai kölcsönhatás rendkívül erős. Egy "legyengített", leárménykolt fajtája felel a magerőkért, azok "hétköznapi" megnyilvánulásaiért: az atombomba pusztító erejéért és a Napban felszabaduló óriási energiáért.

Az elektromágneses kölcsönhatáshoz hasonlóan itt is töltések játsszák a fő szerepet. Amíg azonban elektromos töltés csak egyetlen fajta van (amely, persze, lehet pozitív vagy negatív), a kvantum-szándinamikában többfajta töltés is szerepel (ezek mindegyike is lehet pozitív vagy negatív). Érdekes módon nemcsak az azonos fajtájú, egyenlő mennyiségű pozitív és negatív töltések keveréke eredményez semleges rendszert, hanem több, különböző fajtájú töltés megfelelő arányú vegyítése is. Ez emlékeztet a színek elméletére: a három alapszín keveréke fehér, azaz "semleges" színt eredményez. Ezen analógia miatt szokás az erős kölcsönhatás elméletét kvantum-szándinamikának (kvantum-kromodinamikának) hívni. Az elektrodinamikai töltést hordozó elektron kvantum-szándinamikai analogonjainak - három van belőlük, kvarkoknak hívjuk őket - három különböző töltését színtöltésnek, sőt, gyakran piros, zöld és kék színtöltésnek nevezzük. Természetesen a gondolatmeneteinkben említett színtöltéseknek semmi közük sincs a valódi színekhez, az elnevezés pusztán a mondott analógián alapul.

Az erős kölcsönhatás - ahogy már említettük - "rendkívül erős". Álló töltéseinek szétválasztásakor, azaz két kvark eltávolításakor, az elektromosságban szokásos $1/r$ típusú, a távolsággal csökkenő potenciál helyett egy minden határon túl növekvő lineáris potenciál jelenik meg. Ez azt is jelenti, hogy színtöltéseket közönséges körülmények között nem

lehet (makroszkopikus távolságra) széthúzni. Egy ilyen szétválasztáshoz a potenciál legyőzésére, óriási energiára volna szükség. Ezzel függ össze, hogy a természetben csak zérus szintöltésű részecskéket detektálhatunk. Ez megvalósulhat például úgy, hogy egy összetett részecskében egy adott szintöltés pozitív és negatív járuléka kioltják egymást. Az ilyen részecskéket legegyszerűbben egy kvark (pozitív szintöltésű részecske) és egy antikvark (negatív szintöltésű részecske) kötött állapotaként értelmezzük, és mezonoknak hívjuk (például π - vagy K-mezonok). A másik lehetőség az, hogy a három színt egyforma arányban keverjük. Az ilyen részecskéket három, különböző szintöltésű kvark (vagy három antikvark) kötött állapotaként értelmezzük, és barionoknak hívjuk (ilyen például a proton vagy neutron). Összefoglalva azt mondhatjuk, hogy az erős kölcsönhatás erőssége, a statikus kvarkok között ható lineáris potenciál minden határon túli növekedése felel azért, hogy a protonokban található három kvark bezáródott. A szokásos anyag (protonok, neutronok) az úgynevezett bezáró (angolul confined) vagy más néven hadronikus fázisban található.

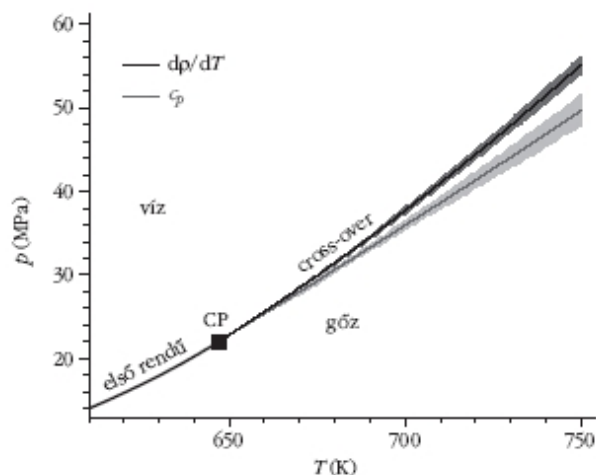
Ahogy láttuk, közönséges körülmények között nem nyílik lehetőség szabad kvarkok észlelésére. A már említett F. Wilczek, valamint *D.J. Gross* és *H.D. Politzer* azt ismerték fel, hogy az energia növekedésével az erős kölcsönhatás egyre "gyengül". Ezért a felismerésért kaptak 2004-ben Nobel-díjat. A lineárisan növekvő potenciál statikus kvarkok esetén maradéktalanul érvényesülő bezáró hatásával szemben az egyre magasabb hőmérsékleteken fellépő egyre nagyobb energiák a kölcsönhatás gyengüléséhez vezetnek, a szintöltések egyre jobban eltávolodhatnak egymástól, mígnem ezt az eltávolodást már nem is a visszahúzó potenciál, hanem a rendszerben lévő többi részecske, az azokon való szóródás, az azokkal történő ütközés korlátozza. Ilyen állapotban a szintöltött részecskék lényegében már nem is érzik a bezárást. Egy új fázis jelenik meg, melyet felszabadító (angolul deconfined) fázisnak nevezünk.

A bezáró és a felszabadító fázisok között rendkívül lényeges különbségek vannak. Alacsony hőmérsékleten - a bezáró fázisban - csak semleges szintöltésű részecskéket találunk, a kvarkok közötti potenciál minden határon túl nő, és az ilyen állapotban (fázisban) levő kölcsönható gáz mindössze néhány szabadsági fokkal rendelkezik. Magas hőmérsékleten - a felszabadító fázisban - a domináns részecskék szintöltöttek, a potenciál nem bezáró, és az ilyen állapotban (fázisban) levő kölcsönható gáz sok tucat szabadsági fokkal rendelkezik. Az állapot jellegét meghatározó külső feltételek, például a hőmérséklet változtatását kísérő - ennyire jelentősen eltérő állapotok közötti - állapotváltozás során általában jellegzetes fázisátmenetet szoktunk észlelni.

Közismert fázisátmenet például a víz és a gőz közötti átmenet, melyet a hőmérséklet-nyomás, (T, p) , diagramon az [1. ábra](#) illusztrál. (Az ilyen típusú diagramokat fázisdiagramnak szokás nevezni, mert egy anyag különböző fázisait jelzi a külső paraméterek függvényében.) Amint az ábra mutatja, alacsony hőmérsékleten a rendszer a vízfázisban található. Viszonylag kis nyomáson, a rendszert felmelegítve egy úgynevezett elsőrendű víz- gőz fázisátmenetet észlelünk. Az elsőrendű fázisátmenetek tipikusan nem folytonosak, nem analitikusak. A víz- gőz fázisátmenet során a sűrűség nem folytonosan változik, hanem ugrik (légköri nyomáson az 1 gramm/köbcentiméter értékről egy nagyságrendekkel kisebb értékre), illetve a fajhő végtelenné válik (a látens hő közölni kell a rendszerrel még mielőtt annak hőmérséklete akár a legkisebb mértékben is változna). Ezt az elsőrendű fázisátmeneti tartományt folytonos vonal mutatja. Érdeemes megjegyezni, hogy szennyezés mentes esetben és gyors hőmérsékletváltozás mellett az elsőrendű fázisátmeneteket túlhűlés vagy túlmelegedés jellemzi. Például a gőzfázis a kritikus hőmérséklet alá hűl, majd rendkívül gyorsan vízcseppek jelennek meg. Ezen cseppek növekedése viszi át a rendszert az egyik fázisból a másikba. (A fordított irányú átmenet során lehetséges túlmelegedés jelensége, ismert módon, felléphet víz mikrohullámú sütőben történő melegítésekor.)

A fázisdiagram egyik legérdekesebb tulajdonsága a kritikus "végpont" megjelenése. A víz 374 Celsius fokon és 0,32 kg/l sűrűsége opálóssá válik, makroszkopikus méretű korrelációk alakulnak ki. Érdeemes megjegyezni, hogy ez az állapot akár egy gázláng segítségével is megvalósítható (bár a fellépő nagy nyomás miatt meglehetősen erős tartályra van

szükség). Ebben a kritikus végpontban másodrendű fázisátmenetet észlelünk. Itt a változások folytonosak, de nem analitikusak. A rendszer kritikus tulajdonságokat mutat, például a korrelációs hossz végtelenné válik.



1. ábra. A víz sematikus fázisdiagramja hőmérséklet (T) nyomás (p) síkon. A fázisvonal azon p - T értékeket jelöli, ahol a két fázis (víz és gőz) tud együtt létezni. Közönséges légköri nyomáson (1 atm.) 100 Celsius fokon, a légköri nyomás felénél 82 fokon. A víz és gőz közötti fázisvonal végét egy kritikus pont jelöli. Ezen p - T értékpárnál a fázisátmenet másodrendű. Ilyen T és p értékek esetén a víz opálössá válik, a korrelációs hosszak végtelen nagyok lesznek. A jelenséget kritikus opaleszcenciának hívjuk. Ezen kritikus ponthoz tartozó (T , p) értékeknél is nagyobb hőmérsékleten és nyomáson már csak egy analitikus átmenetet tapasztalunk, melynek átmeneti hőmérséklete a vizsgált mennyiségtől függ. Más átmeneti hőmérsékletet ad a fajhő maximuma (alsó, világosabb vonal és a bizonytalanságát jelző sáv), és megint mást a sűrűség hőmérséklet szerinti deriváltjának maximuma (felső, sötétebb vonal és a bizonytalanságát jelző sáv).

Ha a hőmérséklet-nyomás diagramon még ezeknél az értékeknél is magasabb (T , p) értékeket vizsgálunk, akkor egy analitikus átmenetet tapasztalunk (ezt szokás crossover-átmenetnek is nevezni). A víz és a gőz közötti tipikus különbségek részben megmaradnak, az átmenet nem ugrásszerű, hanem folytonos és analitikus. A rendparaméternek tekinthető sűrűség a crossoveren való áthaladáskor is gyorsan változik, de a fázisátmenetekre jellemző szingularitás nem jelenik meg. A sűrűség nem ugrásszerűen, hanem folytonosan változik, de a változásban van egy meredek szakasz, melynek legmeredekebb pontját a víz forráspontjának tekinthetjük. A fajhőnek is van egy maximuma (amely az elsőrendű fázisátmeneti tartománnyal ellentétben már nem végtelen). Az átmeneti hőmérsékletet, a víz forráspontját ezzel a maximummal is definiálhatjuk. Ahogy az [1. ábra](#) mutatja, a két definíció megegyezik az első és másodrendű fázisátmenetek esetén. Az analitikus átmenet (crossover) viszont más forráspontot, átmeneti hőmérsékletet eredményez attól függően, hogy melyik definíciót használjuk.

A víz fázisdiagramja arra a kérdésre mutatja a választ, hogy mi történik a vízzel, ha egyre jobban melegítjük, vagy egyre jobban összenyomjuk. A kérdést a részecskefizikában sokkal általánosabban is feltehetjük. Mi történik a "semmivel", a vákuummal, ha egyre jobban "melegítjük"?

A vákuum melegítése (energia bepumpálása) azzal jár, hogy tömeggel rendelkező részecskék jelennek meg. Ez az $E = m c^2$ képlet szerinti energia-tömeg ekvivalencia következménye. Természetesen óriási hőmérsékletekre van szükség,

hogy az erős kölcsönhatásban részt vevő részecskék a melegítés hatására megjelenjenek a vákuumban. Tipikusan 10^{12} Celsius fok körüli értékre kell gondolnunk. Ha a hőmérsékletet tovább növeljük, akkor egy fázisátmenetet tapasztalunk: a bezárt kvarkok a már leírt módon kiszabadulnak.

Ilyen magas hőmérsékletek uralkodhattak a korai Világegyetemben (Big Bang), annak körülbelül 10 mikroszekundumos korában. Nehézionok ütköztetése révén sikerült ilyen magas hőmérsékleteket földi körülmények között is előállítani. Jelenleg az Egyesült Államok Brookhaven National Laboratory-jának (BNL) Relativisztikus Nehézion Ütköztetője (Relativistic Heavy Ion Collider, RHIC) szolgáltatja a legmagasabb hőmérsékleteket. Igaz, ez a magas hőmérséklet csak a másodperc töredékéig áll fenn, a rendszer igen nagy sebességgel kitágul és lehűl (Little Bang).

Mit tudunk mondani az erős kölcsönhatás miatt megvalósuló átmenetről? A bezáró és a felszabadító fázis közötti különbség olyan jelentős, hogy évtizedekig meg volt győződve a tudományos közvélemény arról, hogy közöttük egy elsőrendű fázisátmenetnek kell történnie. Egy ilyen, a korai Világegyetemben végbement elsőrendű fázisátmenetet az Univerzum gyors tágulása miatt a már említett túlhűlés jellemez. A hadronikus, bezáró fázis cseppecskéi robbanásszerűen jelennek meg a felszabadító fázisban. Ez máig ható következményekkel járt volna.

Nézzünk néhányat az ilyen jellegű fázisátmenet következményei közül. A cseppecskék vonzó tömegcentrumokat képeznek, a Világegyetem tömegeloszlása ennek következtében megváltozik. Az atommagok képződése is inhomogén módon zajlik le. Egzotikus ritka kvarkokat tartalmazó csomagocskák keletkeznek. Az egymásnak ütköző cseppecskék gravitációs hullámokat keltenek. Kísérleti fizikusok egész generációja kereste ezen jelenségek mai megnyilvánulásait. Sajnos, a kísérletek nem voltak elég érzékenyek, legalábbis néhányan így értékelték azt a tényt, hogy a keresés ezidáig sikertelen maradt. Sokan mások viszont már kezdték feladni az elsőrendű fázisátmenetre vonatkozó képet. Voltak jelek, melyek arra utaltak, hogy talán egy analitikus átmenettel állunk szemben. Egyre többen vallották ezt a nézetet, noha egyértelmű bizonyíték sem ezt, sem az elsőrendű fázisátmenetre vonatkozó elképzelést nem igazolta. A helyzet elméleti bizonyítás szempontjából mindig is nyitott volt, és kísérleti evidencia sem volt, mely az egyik vagy a másik forgatókönyvet támogatta, vagy éppen kizárta volna.

Kutatócsoportunk elméleti számítások alapján megmutatta, hogy az átmenet a nagy nyomású víz átmenetéhez hasonlít, azaz analitikus átmenet, az elsőrendű átmenetekre vonatkozó elképzeléseket el kell vetni. Az Univerzum fejlődését egy folytonos átmenet segítségével kell megértenünk. A víz forrását nap mint nap látjuk, és egy egyszerű hőmérővel ellenőrizhetjük, hogy légköri nyomáson valóban 100 Celsius fokon történik. A víz kritikus pontjának helyét is a kísérletek adták meg, és a kísérletek mondják meg azt is, hogy mely hőmérséklet-nyomás értékek felett kapunk analitikus átmenetet. Elméletileg ezek meghatározása rendkívül nehéz, alapelvekből ezidáig nem is sikerült.

Hogyan lehetséges, hogy a víznél szemmel láthatólag lényegesen egzotikusabb, bonyolultabbnak tűnő kvantum-színdinamikai átmenetet sikerült mégis elméletileg megérteni?

A részecskefizika kölcsönhatásait (a már említett erős kölcsönhatás mellett ilyen a radioaktív béta-bomlásért felelős gyenge kölcsönhatás és az elektronok és fotonok kölcsönhatását leíró kvantum-elektrodinamika) a kvantumtérelméletek írják le. Ezek egyrészt *térelméletek*, azaz a dinamikai változókat, tereket, a geometriai tér pontjaihoz rendeljük. (Analogiát keresve szemléletes példa lehet a meteorológia. A hőmérséklet, nyomás, szélsébség a tér különböző pontjaiban más és más, és időben fejlődik.) A kvantumtérelméletek másik jellemzője, hogy *kvantumelméletek*. A legismertebb kvantumelmélet a kvantummechanika, amelyben a dinamikai változókat, az impulzust és a helyet nem számokkal, hanem egymással fel nem cserélhető operátorokkal jellemezzük. Ennek egyik jól ismert következménye a Heisenberg-féle határozatlansági reláció, valamint az is, hogy, ha a leírt objektum kötött állapot, annak energiája

csak egymástól diszkrétan különböző értékeket vehet fel. A kvantumtérelméletek ezen két leírási mód ötvözéséből születtek. A dinamikai változók a terek, melyeket, a meteorológiával ellentétben, már nem számokkal, hanem egymással fel nem cserélhető operátorokkal írunk le. Ez az elmélet is meghatározott, kvantált energiaszintekkel rendelkezik. Az általa leírt objektumokhoz azonban már nemcsak meghatározott energiát rendelhetünk, hanem a térbeli és időbeli változások összekapcsoltsága miatt jól meghatározott (kvantált) impulzust, impulzusmomentumot és részecskeszámot is.

Felmerülhet a gondolat, hogy az elemi részecskéket kvantumtérelméleti objektumokként, mint térkvantumokat írjuk le. Rendkívül meglepő, hogy ezt az elképzelést két - legalábbis távolról nézve - egyszerű feltétellel kiegészítve az elemi részek világának szinte minden jelensége nagy pontossággal leírható. Az egyik feltétel az önellentmondásmentesség (ezt minden végső elmélettől természetesen elvárjuk). A másik feltétel, hogy az elmélet alapegyenleteit bizonyos transzformációknak változatlanul kell hagyniuk (szimmetriatranszformációk). A kvantum-elektrodinamikában ez a transzformáció az anyagtereknek egységnyi abszolút értékű komplex számmal való megszorozása. A gyenge kölcsönhatás esetében a szorzás 2×2 -es (speciális unitér) mátrixokkal, az erős kölcsönhatás kvantum-színdinamikai elmélete esetében pedig 3×3 -as (ugyancsak speciális unitér) mátrixokkal történik. Ezeknek az egyszerű transzformációknak, ha szimmetriatranszformációk, jól meghatározott alakban leírható kölcsönhatások, dinamikai egyenletek felelnek meg. Ezek birtokában, az egyenletek megoldásával, elvileg lehetőség nyílik a megfelelő fizikai rendszer történéseinek leírására, így a kvantum-színdinamikai fázisátmenet közelítésektől mentes leírására is. A gyakorlatban egzakt megoldásokat csak kivételes esetekben sikerül találni, úgyhogy a feladatot még az egyenletekben rejlő információ kikutatására alkalmas közelítő módszer megtalálása, kidolgozása is nehezíti.

A részecskefizikai folyamatok közelítő leírásának egyik legfontosabb módszere a perturbációs számítás, a fokozatos közelítések módszere. Ezen módszer alkalmazásának első lépése az, hogy valamely fizikai mennyiséget közelítőleg kiszámítunk, majd ezt az eredményt a számítás további lépéseiben újra meg újra korrigáljuk. Amennyiben a korrekciók kicsik, és a közelítés során ráadásul még egyre kisebbekké is válnak, a módszer fokozatosan közelíti a végeredményt. A módszer alkalmazhatóságának feltétele - a fizikai probléma terminológiájával élve -, hogy a kölcsönhatás gyenge legyen. Sajnos, az erős kölcsönhatás - "erős", a fokozatos közelítések módszere, néhány kivételes esettől eltekintve, nem alkalmazható.

Alternatívát a rácsatérelmélet kínál. Az alapvető rácsatérelméleti közelítés abban áll, hogy a teret és időt nem folytonos változókként kezeli, hanem egy ráccsal helyettesíti. (Hasonló rácsot használnak az időjárás-előrejelzés készítése során. Meghatározott földrajzi helyeken és magasságokban mérik a hőmérsékletet, szélirányt, légnyomást, majd az adatok összesítése és persze jelentős számolások után készül el az előrejelzés.) A részecskefizikában az elmélet térerőségeit írjuk a rácspontokba. Láttuk, hogy kvantumelméleteket egymással fel nem cserélhető operátorok segítségével fogalmazhatjuk meg. Létezik azonban egy másik (*R. Feynman* Nobel-díjas amerikai fizikus nevéhez fűződő), pályaintegrálos megfogalmazás, amely jobban illeszkedik a rácsformalizmushoz. A kvantummechanikai átmeneti valószínűséget úgy határozzuk meg, hogy minden létező klasszikus pályára összeadjuk az $\exp(iS)$ fázisfaktorokat (i a képzetes egységgyök, S az adott klasszikus pályához tartozó hatás). A klasszikus fizikában egyetlen pálya valósul meg, és ezt a hatás minimális értéke választja ki. A módszer térelméleti általánosítása abban áll, hogy az $\exp(iS)$ fázisfaktorokat minden létező térkonfigurációra összegezzük. Mivel az $\exp(iS)$ fázisfaktorok erősen oszcillálnak, összegzésük numerikus módszerekkel nehéz. Ezért a jelenségeket általában imaginárius idő függvényeként vizsgáljuk, mely ekvivalens az $\exp(-S)$ Boltzmann-faktorok összegzésével. Ezen összeg tagjai már nem oszcillálnak, a számítás elvégezhető.

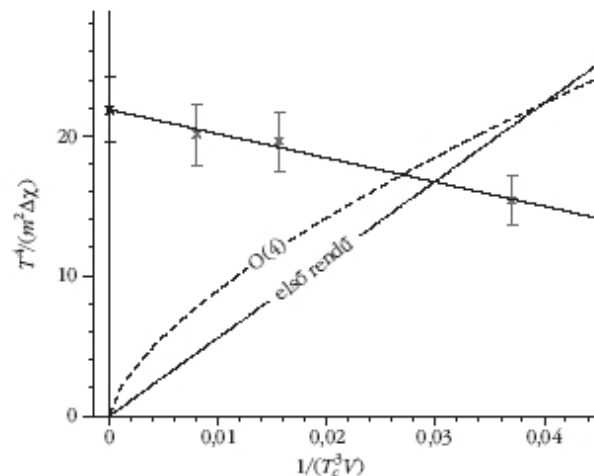
Meteorológiában a jóslatok annál jobbak, minél finomabbak a számításhoz használt rácsok. Ez azt jelenti, hogy minél több pontban kell megmérnünk a hőmérsékletet, nyomást, szélsébséget, és ezeket a finom rácson elvégzett méréseket használjuk a számítások során. A kvantumtérelméleti számítások nagyon hasonlóak. Minél finomabb a rács,

annál pontosabb az eredmény. Numerikus számolások esetén a végtelen finomságú rácsot extrapolációval szoktuk elérni. Egyre finomabb és finomabb rácsokat használunk, majd az eredményeket, a rácsállandótól való függésük aszimptotikus alakjának ismeretében, a végtelen finom, azaz nulla rácsállandóhoz extrapoláljuk (kontinuum határeset).

Az egyes jelenségeket az állapotösszeg numerikus meghatározásának a révén, nagy számítógépekkel számítjuk ki. Manapság 10 milliárd dimenziós integrálokat számolunk. Másodperceként ezer milliárd műveletre van szükség, amely szuperszámítógépeknek való feladat.

A 21. század elejének emblemikus szuperszámítógépe volt például a japán Earth Simulator, Föld-számoló. Másodpercenként sok ezer milliárd műveletet végez, de, sajnos, az ára is a milliárd dollár nagyságrendjébe esik. Számunkra ez az irány nem volt járható. Ezért az ELTE-n kifejlesztettünk egy szuperszámítógépet, mely a részecskefizikai felhasználásokban versenyképes a japán géppel, de annak töredékébe kerül. Ez amiatt van, hogy mi személyi számítógépekből építkezünk, és nem készen vesszük a szuperszámítógépet. A személyi számítógépek a számítási képességeikhez képest - óriási piacuk miatt - nagyon olcsók. A hétköznapi életben a számítógépipar egyik húzóereje a számítógépes játékok iránti igény. E játékok megvalósítása során a háttérben olyan műveleti struktúrát használnak fel, amely matematikai értelemben nagyon hasonló (szakkifejezéssel: azzal lokálisan izomorf) a standard részecskefizikai elmélet egyik szimmetriatranszformációjához. Ameddig a személyi számítógépek gyártói arra törekednek, hogy a játékprogramok minél gyorsabban fussanak, és ennek megfelelően huzalozzák be a processzorokat, addig az ezeket felhasználó részecskefizikai számítások is egyre gyorsabbak lesznek. Persze, a programozás terén el kell menni a megfelelő szintig.

Miután az erős kölcsönhatás elméleti háttérét megértettük, és rendelkezünk a megfelelő számítógépes kapacitással, hozzákezdhetünk az eredeti kérdésünk megválaszolásához, nevezetesen, el kell döntenünk, hogy az erős kölcsönhatás magas hőmérsékletű átmenete elsődrendű fázisátmenet volt vagy egy analitikus crossover. A fázisátmenetekkel kapcsolatos kérdések vizsgálatához az úgynevezett véges méret skálázást szokás használni. A fázisátmenetekre jellemző szinguláris viselkedés csak végtelen térfogatú rendszerekben jelentkezik. Véges térfogaton semmilyen szingularitást nem látunk. A fajhő nem válik végtelenné (bár értéke elég nagy lesz), a víz sűrűsége nem ugrik (bár igen gyorsan változik). Az analitikus, crossover típusú átmenetekre viszont eredendően az ilyen gyors, de szingularitástól mentes változás jellemző mind véges, mind végtelen térfogaton. Hogyan tudunk akkor különbséget tenni véges térfogaton vagy térfogatokon egy valódi fázisátmenet és egy analitikus, crossover típusú átmenet között? Erre a célra dolgozták ki a végesméret- skálázás elméletét.



2. ábra. Az erős kölcsönhatás egyik (a víz fajhőjéhez hasonló) fizikai mennyiségének vizsgálata. A hőmérséklet függvényében a maximumot kerestük. A három pont a három különböző térfogaton kapott eredményt, illetve azok hibáját mutatja. A folytonos vonal jelzi a végtelen térfogati extrapolációt. A pontozott, illetve szaggatott vonal jelzi a várt viselkedést elsőrendű és másodrendű fázisátmenet esetén. A számítások teljesen más, analitikus átmenetre jellemző térfogatfüggést mutatnak.

Egy valódi elsőrendű fázisátmenet esetén a fajhő (az átmeneti hőmérsékleten) a térfogat növelésekor a térfogattal arányosan, minden határon túl nő. A víz példájánál maradva: a sűrűség hőmérséklet szerinti deriváltja, bár nem végtelen (a sűrűség nem ugrik), de a rendszer méretének növelésével, ugyancsak a térfogattal arányosan divergál. A másodrendű fázisátmenetek hasonlóan viselkednek. Az említett fizikai mennyiségek a térfogat növelésével a másodrendű fázisátmenet esetében is divergálnak. A legfontosabb különbség az, hogy ez a minden határon túl történő növekedés nem a térfogattal, hanem annak valamilyen, általában egynél kisebb, hatványával történik. A divergencia megjelenik, de enyhébb formában. Analitikus, crossover típusú átmenet esetén a kép teljesen más. A megfelelő fizikai mennyiségek nem nőnek a térfogat növelése során. Enyhe térfogatfüggést kell tapasztalnunk, mely nagy térfogatokra fokozatosan eltűnik.

Számításaink során egy, a sűrűség deriváltjához hasonló mennyiség hőmérsékletfüggését határoztuk meg három különböző térfogaton és négy különböző térbeli felbontás, rácsállandó mellett. (A konkrét mennyiség, amelyet vizsgáltunk, a kvarkterek kondenzátuma, mely a sűrűséggel analóg, illetve ezen kondenzátum hőmérséklet szerinti deriváltja volt. Elsőrendű fázisátmenet esetén a kondenzátum értéke ugrana, a kondenzátum hőmérséklet szerinti deriváltja pedig végtelenné válna.) A tipikus térbeli felbontás a meteorológiai felbontásokhoz képes meglehetősen kicsiny 0,000 000 000 00001 cm. A négy különböző felbontást használva mindhárom térfogaton meghatároztuk a fenti fizikai mennyiség hőmérsékletfüggéséhez tartozó maximumot. Ez a három különböző térfogaton három különböző eredmény. A kérdés, hogy ez a három eredmény a fázisátmenetekre jellemző térfogatfüggést mutatja-e vagy sem. A [2. ábra](#) illusztrálja a végeredményt. A sűrűség hőmérséklet szerinti deriváltjához hasonló mennyiség inverzét ábrázoljuk a térfogat inverzének a függvényében. (Az egyszerűbb ábrázolás kedvéért mindkét mennyiséget dimenziótlanítottuk a hőmérséklet és a kvarktömeg segítségével.) A három térfogathoz tartozó eredményt, valamint azok hibáját az ábra pontjai mutatják. A végtelen térfogati határesetet a függőleges tengely közvetlen környezete jelzi (hiszen a térfogat inverzének függvényében ábrázoltuk az eredményt). Valódi fázisátmenet esetén a vizsgált mennyiség a térfogat növelésekor minden határon túl nőne, azaz az inverze nullához tartana. Ez azt jelenti, hogy a három pontnak az

origóhoz kellene tartania. A két vonal jelzi, hogy ez hogyan valósulna meg első-, illetve másodrendű fázisátmenet esetén. Ahogy látható, az eredmények egyáltalán nem ezt a fajta viselkedést mutatják. A térfogat növelésekor a vizsgált mennyiség konstans értékhez tart. Az erős kölcsönhatás átmenetéről így beláttuk, hogy az nem egy valódi szingularitással jellemezhető fázisátmenet, hanem egy analitikus, crossover típusú átmenet.

Összegzésképpen a következőket mondhatjuk. Az erős kölcsönhatás alacsony és magas hőmérsékleti viselkedése jelentősen eltér. A két tartomány közötti átmenetet alapelvek segítségével vizsgálhatjuk. A számítások elvégzéséhez a saját fejlesztésű szuperszámítógépek költségkímélő megoldást jelentettek. Az átmenetről sikerült megmutatni, hogy az nem a víz forrásához hasonló fázisátmenet, hanem egy analitikus, úgynevezett crossover. Az átmenet típusának meghatározása a korai Univerzum (Big Bang) és a jelenleg is folyó nehézionkísérletek (Little Bang) folyamatainak megértése szempontjából volt fontos.