

**Cserti József**

ELTE, TTK

Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék

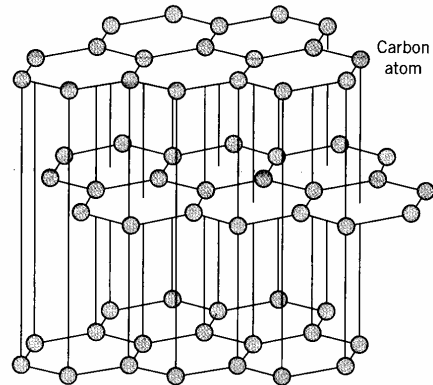
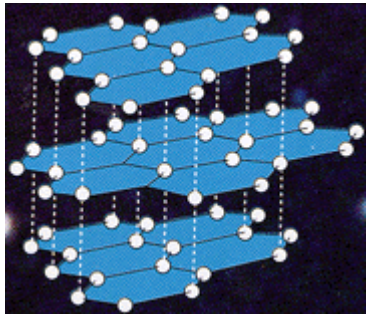


# A grafén fizikája

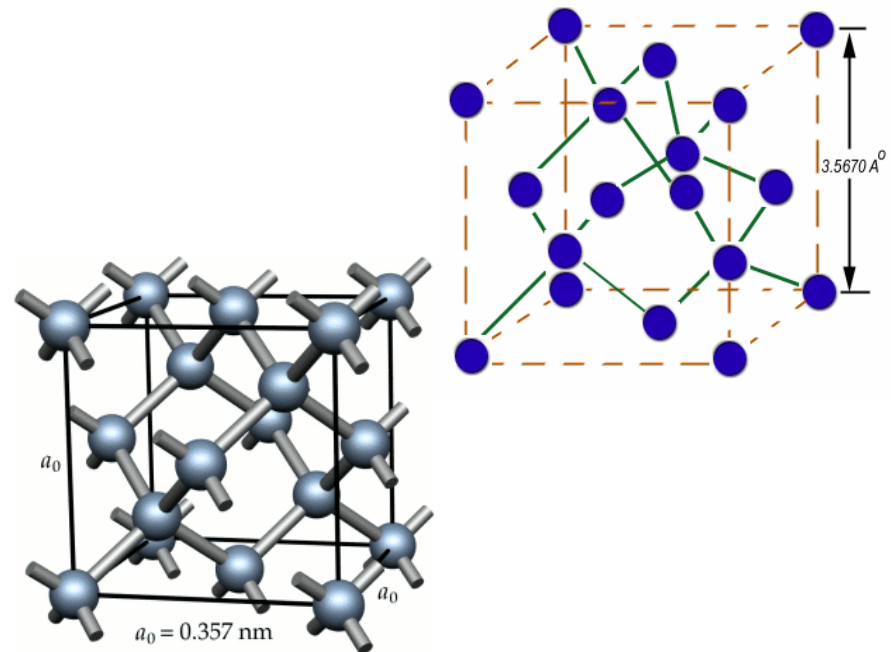
Az előadásról cikk jelent meg a  
Természet Világa 2009. januári számában

# A szén két módosulata

## Grafit



## Gyémánt



## Grafit

Nagyon puha

Átlátszatlan

Elektromosan jó vezető

Nagyon olcsó



## Gyémánt

Nagyon kemény

Átlátszó

Szigetelő

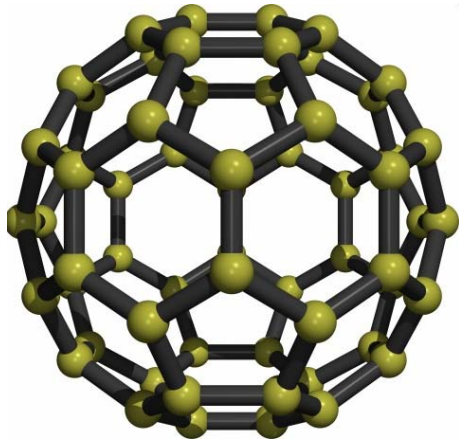
Nagyon drága



# A szén további módosulatai

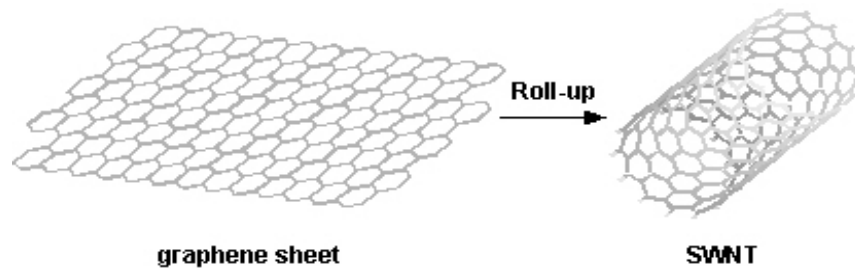
## Fullerén, C<sub>60</sub>

(1985)



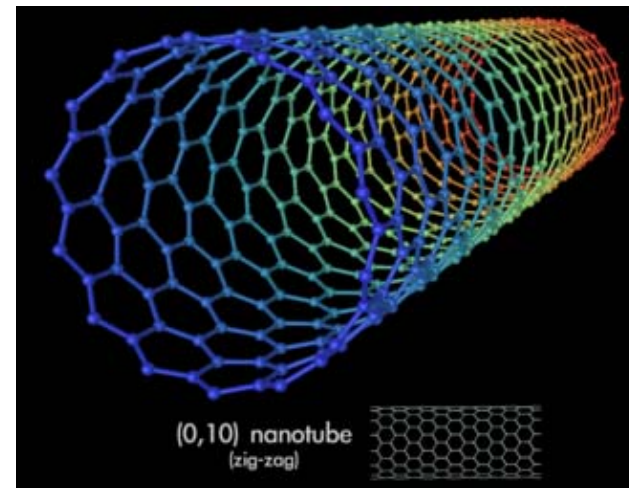
## Grafén

(2004)



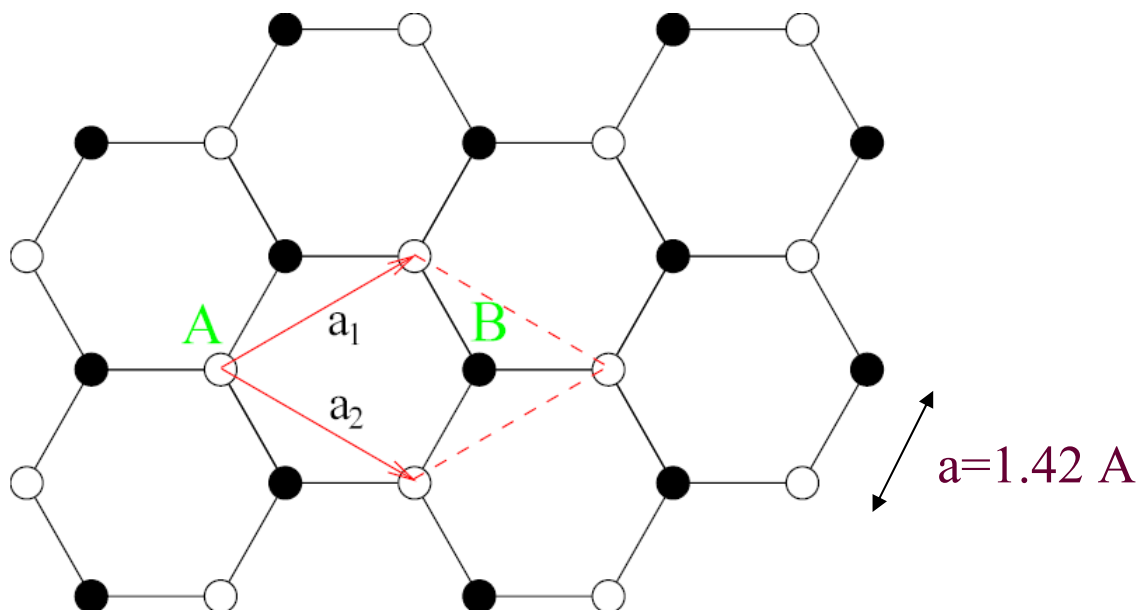
## Nanocső

(1991)

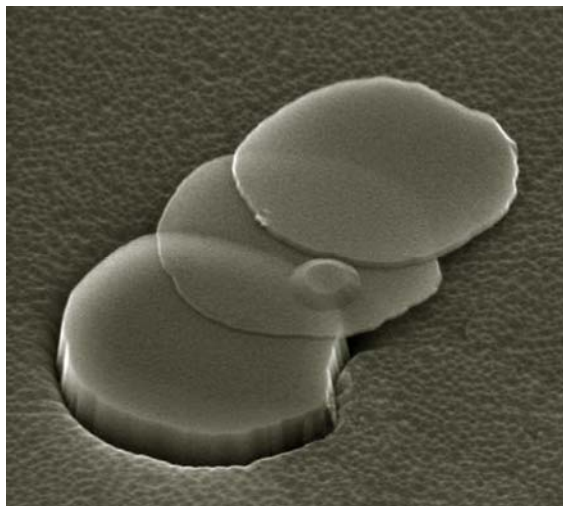


**Kürti Jenő:** Szén nanocsövek: mik azok és mire jók?  
(Az atomoktól a csillagokig, [www.atomcsill.elte.hu](http://www.atomcsill.elte.hu))

# A szénatomok elhelyezkedése a grafénben

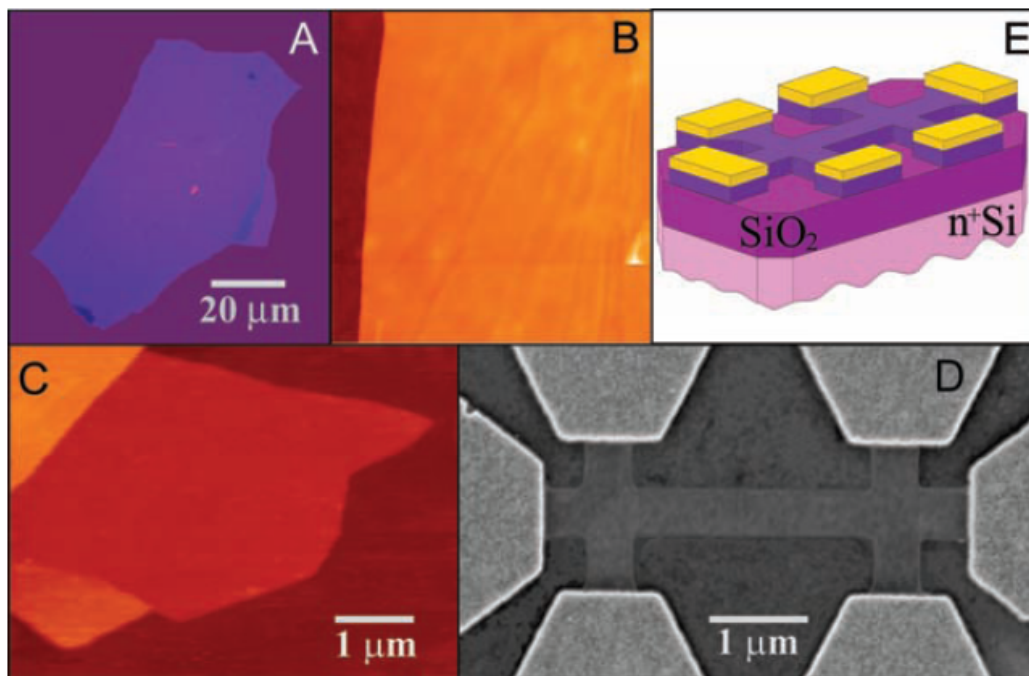


- szén atomok egyetlen atomi rétege: grafén
- méhsejt-szerű szerkezet
- C atomok közti távolság  $a = 1.42 \text{ \AA}$ .
- Két alrác (A,B atomok)



10 nm méretű grafén pikkely (30 réteg)

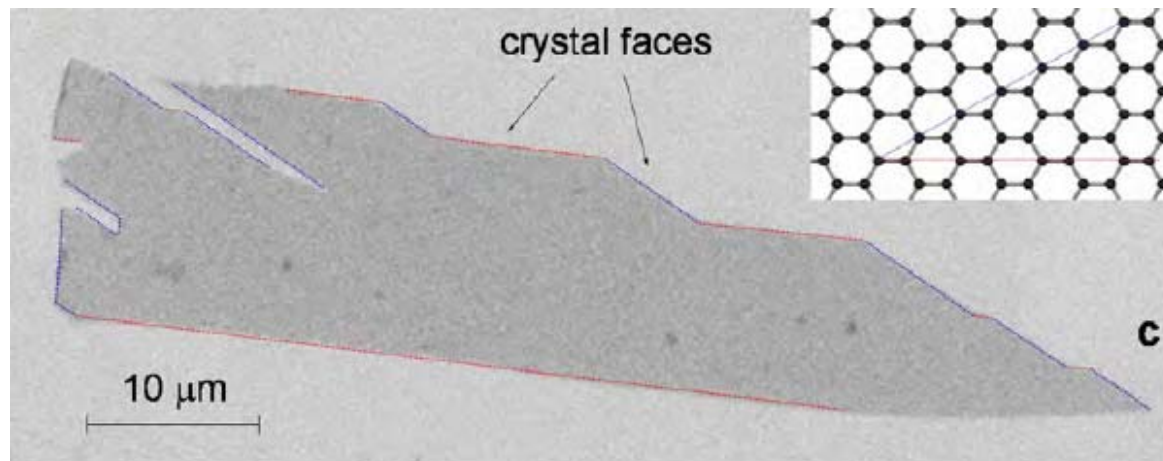
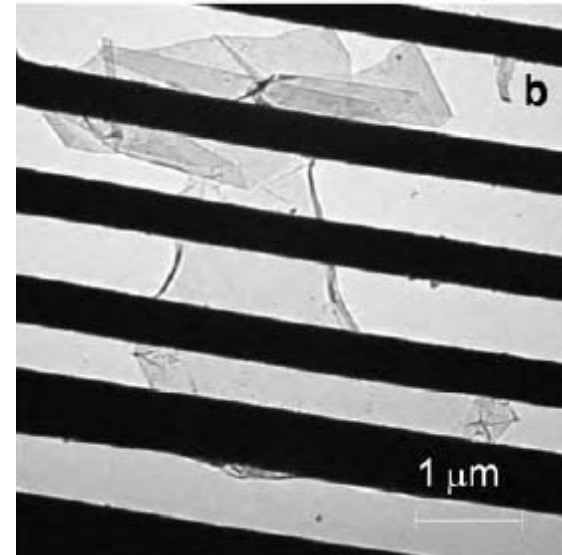
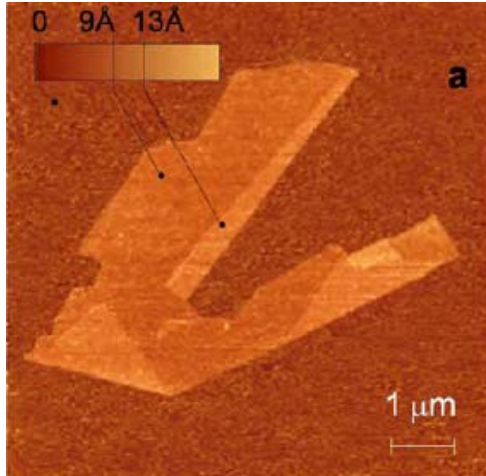
Grafén szilícium-oxid lapkán.  
Elektródákat kapcsoltak hozzá.



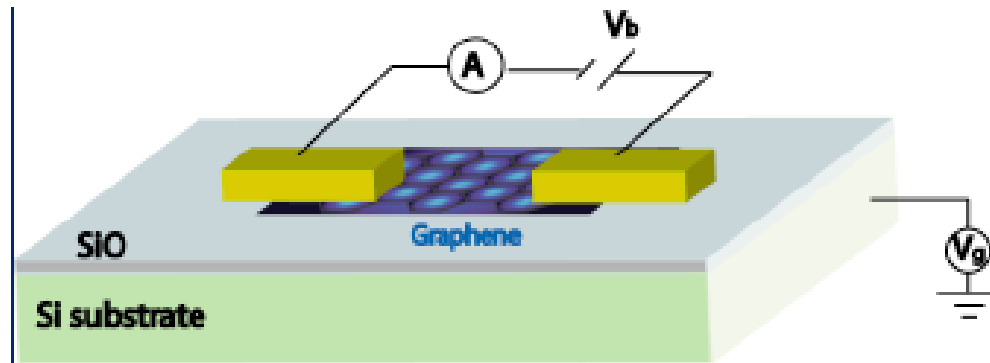
Andre Geim és csoportja, Manchester



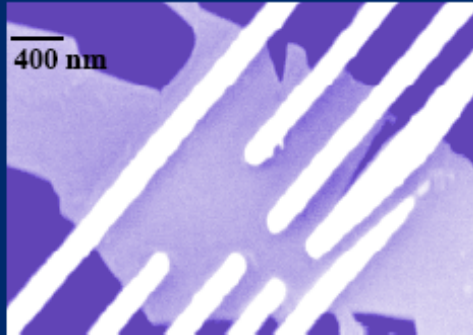
# Egy atomrétegnyi kristály: a legvékonyabb anyag, amivel valaha találkoztunk



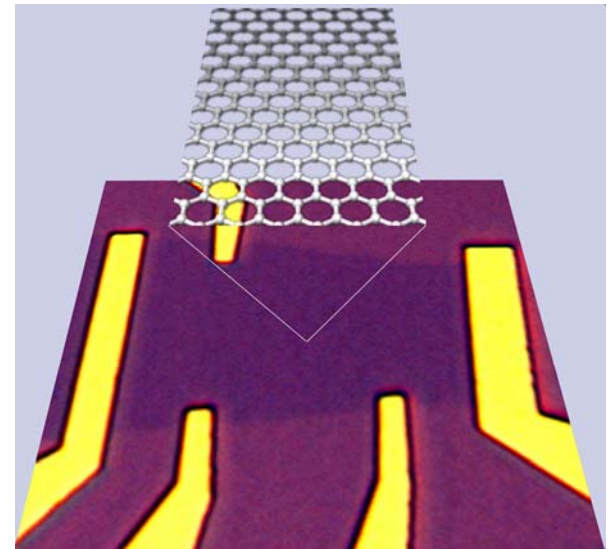
# Mérések grafénen



Single-layer graphene device

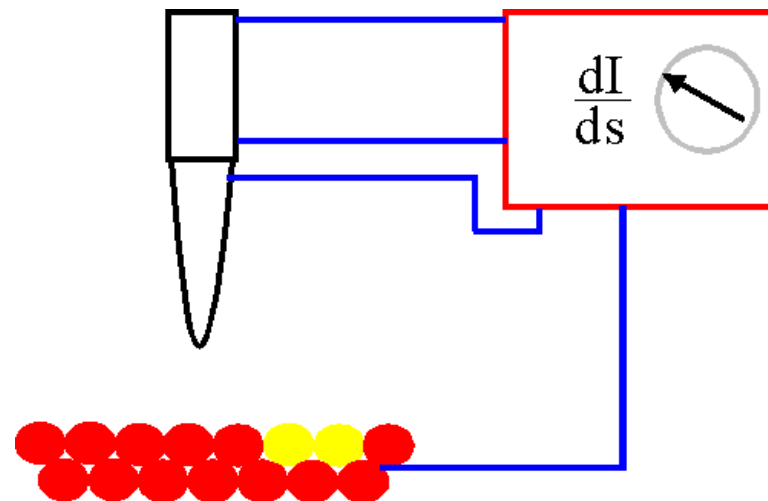
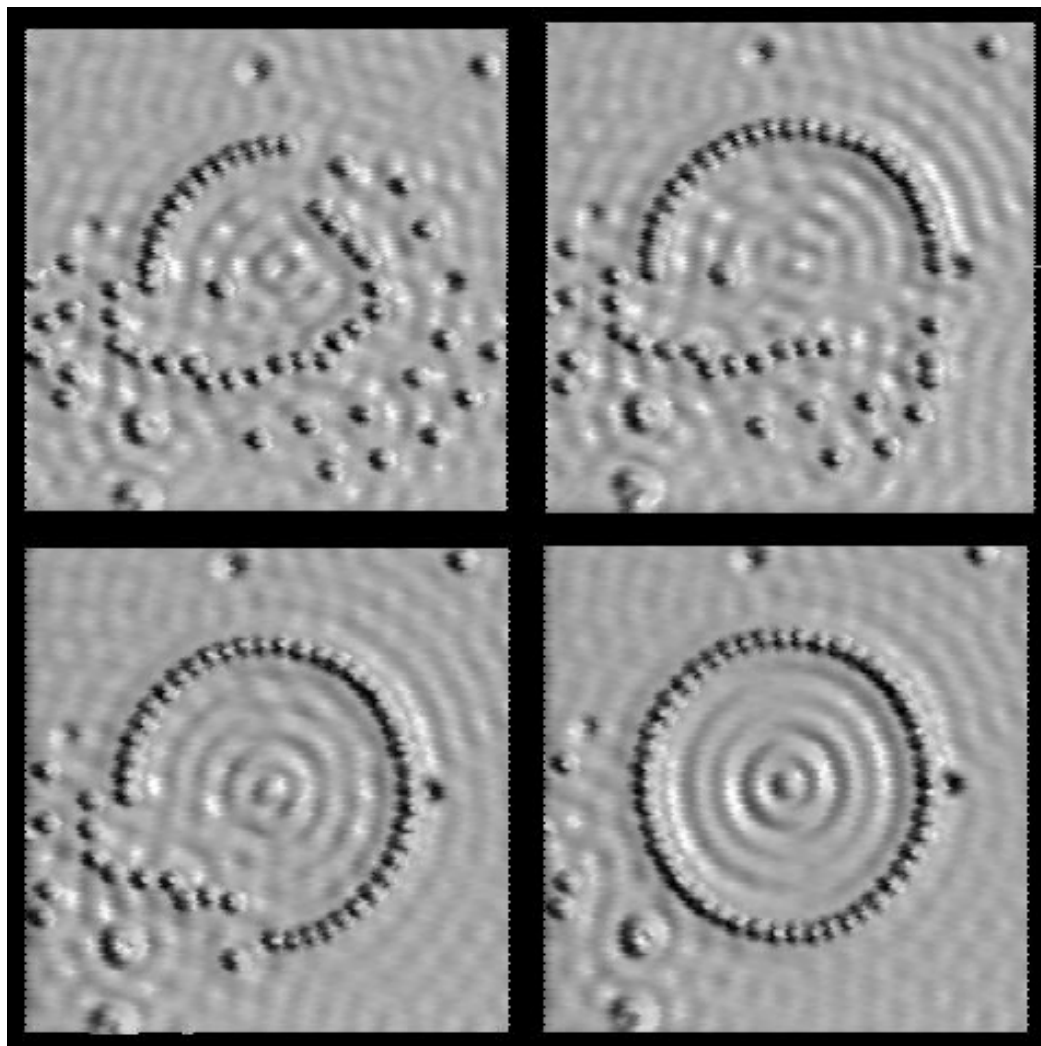


Hall bar geometry



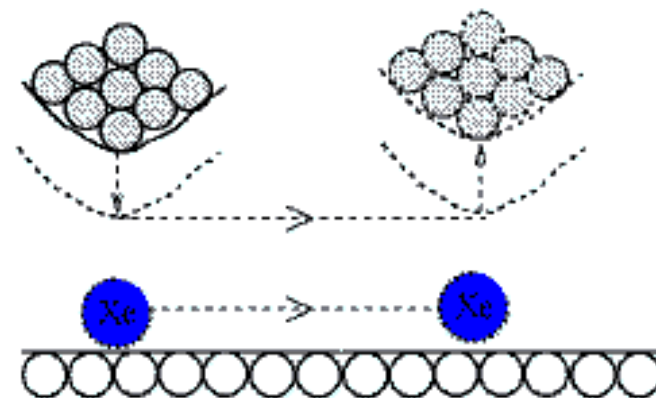


# Pásztázó alagútmikroszkóp



## Positioning Atoms with an STM

D.M. Eigler & E.K. Schweizer Nature 344 524 (1990)

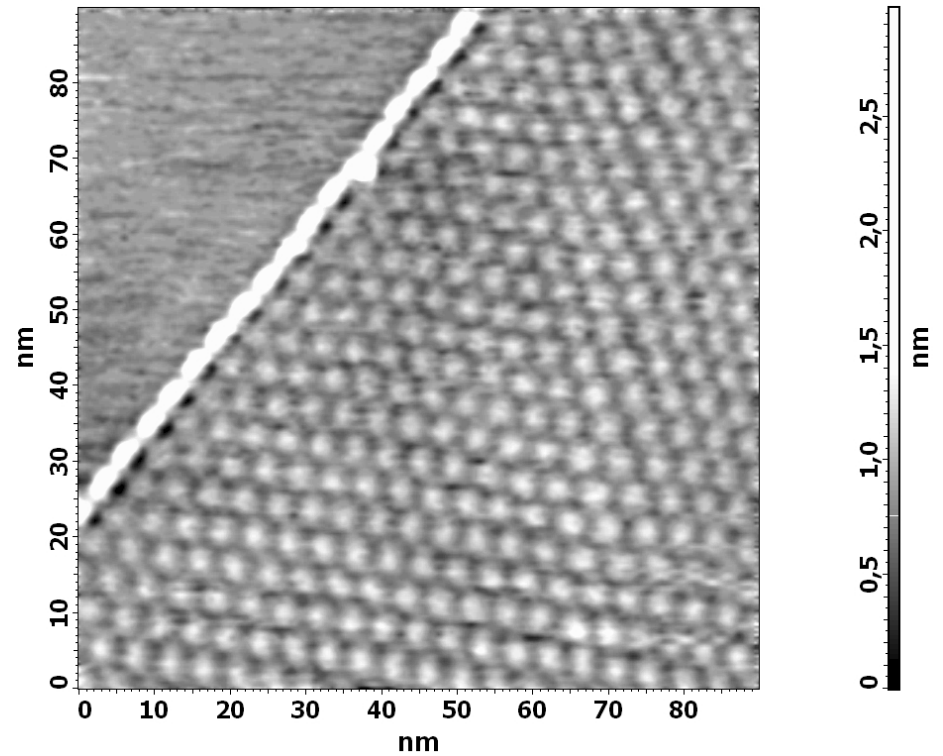
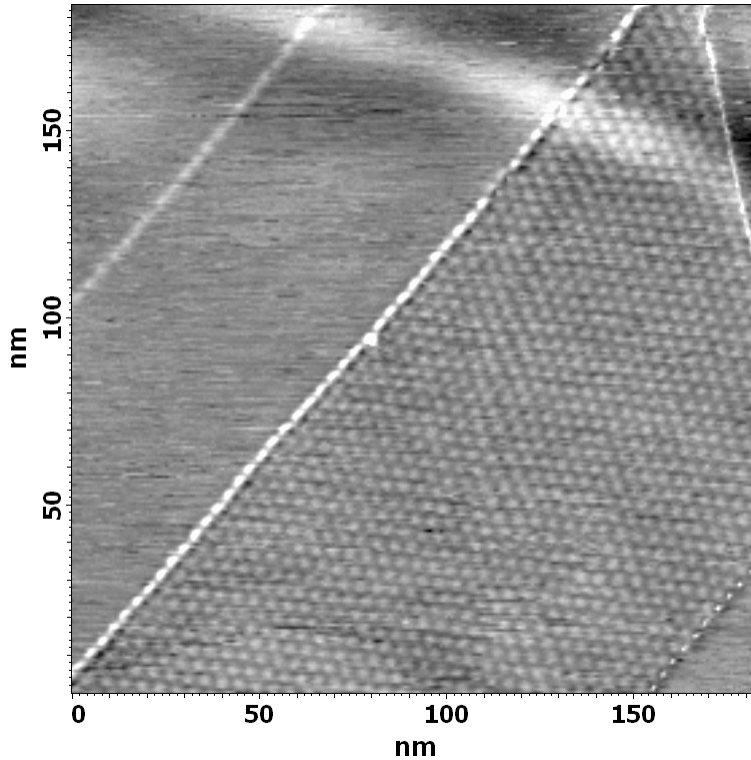


The STM tip is brought down near the atom, until the attraction is enough to hold it as the atom is dragged across the surface to a new position.

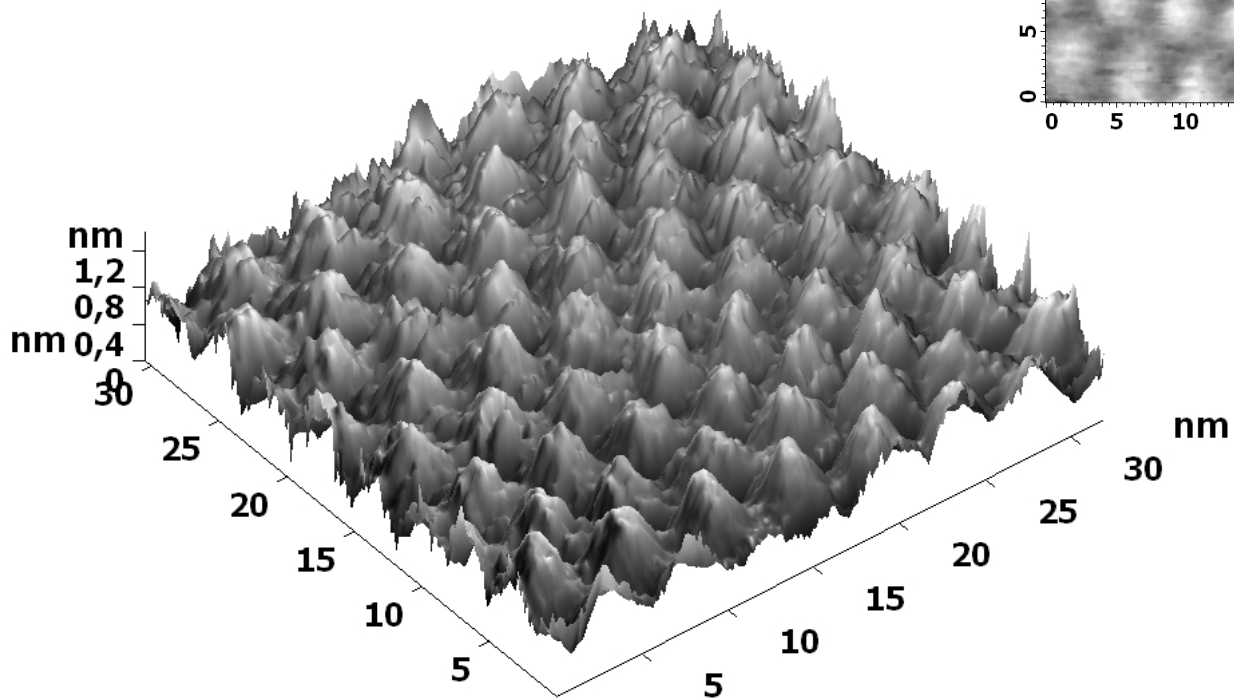
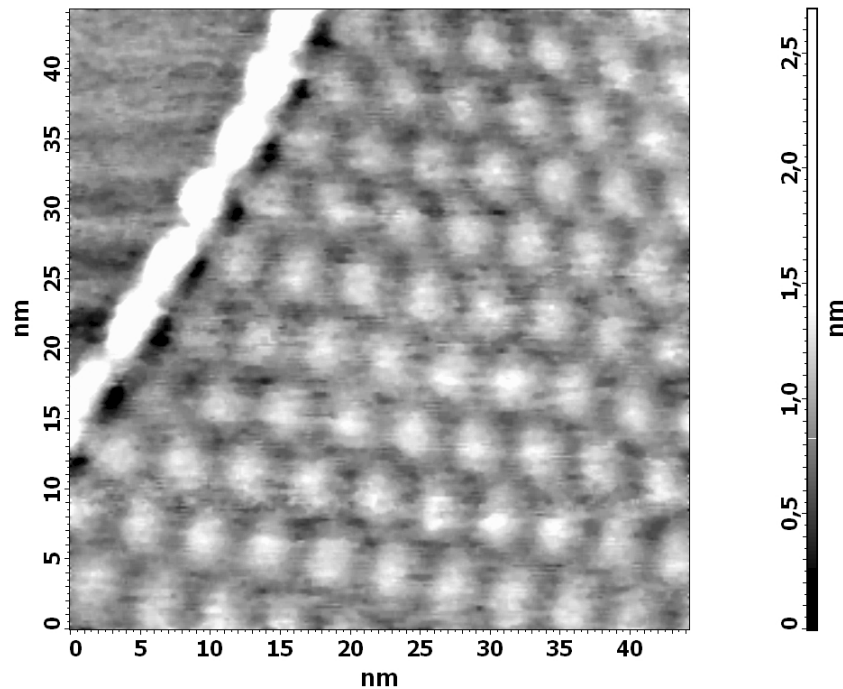
# Pásztázó alagútmikroszkópos felvételek grafénről az ELTE-n

Huhn Andrásné, ELTE, TTK, Anyagfizikai Tanszék

növelve a felbontást

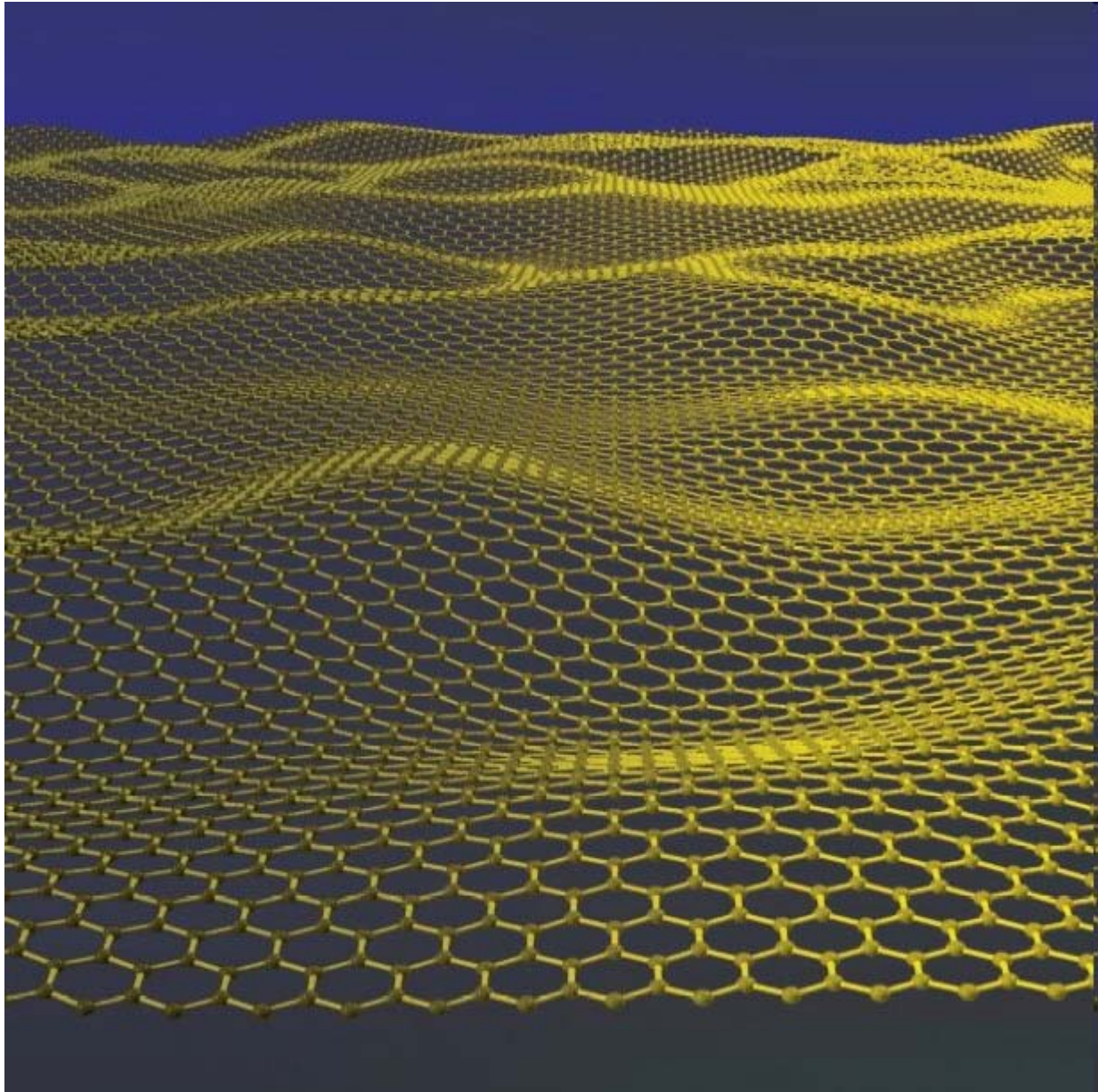


tovább növelve a felbontást

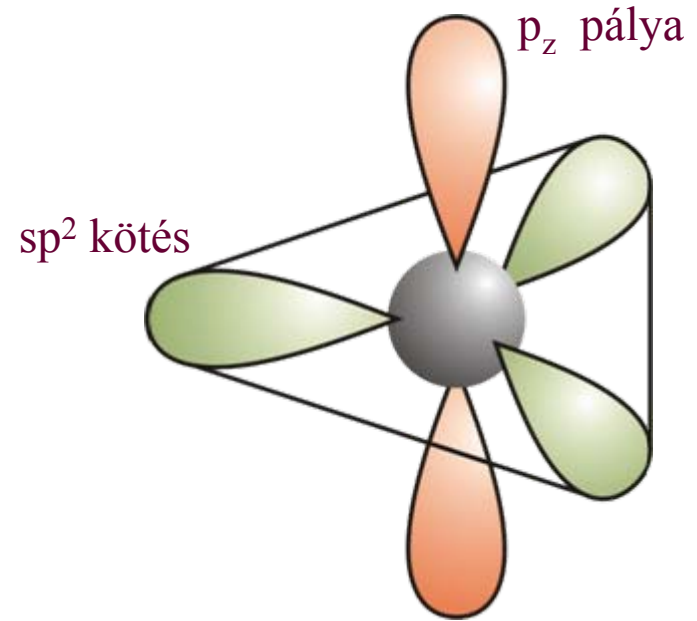
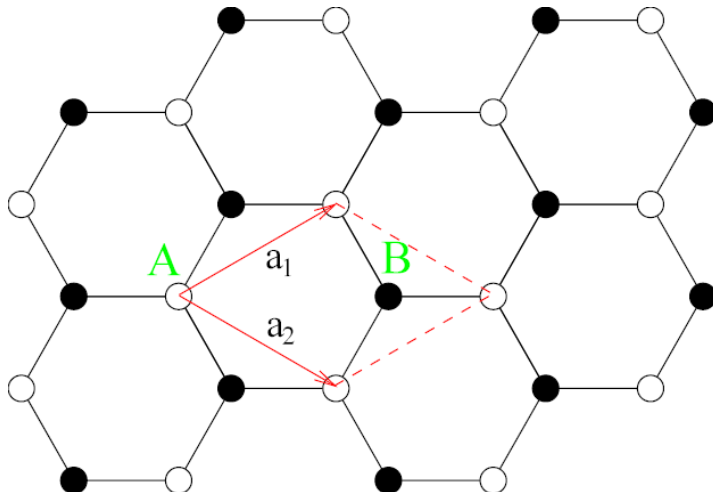


három dimenziós kép





# Elektron-kötések grafénben

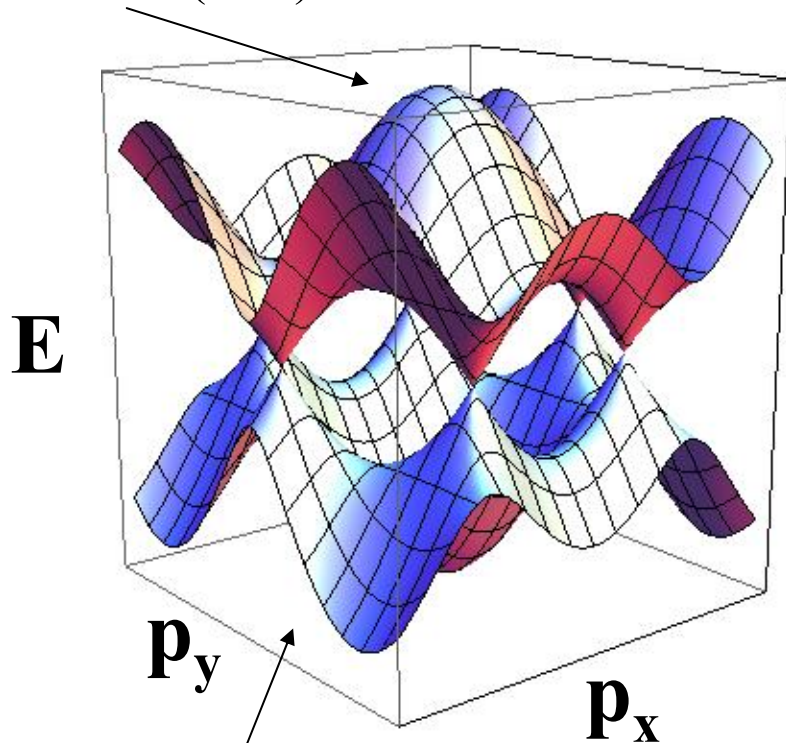


- Szén  $\rightarrow$  4 vegyértékű, 4 elektron
- Ebből 3 elektron  $sp^2$  kötést alakítja ki a grafén síkjában
- A 4. elektron, a  $p_z$  pálya merőleges a grafén síkjára
- A  $p_z$  pályán lévő elektron átugorhat a szomszédos atomra, kovalens kötés  $\rightarrow$  sávszerkezet

# Az elektron energiája függ a sebességétől és a terjedés irányától

(diszperzió)

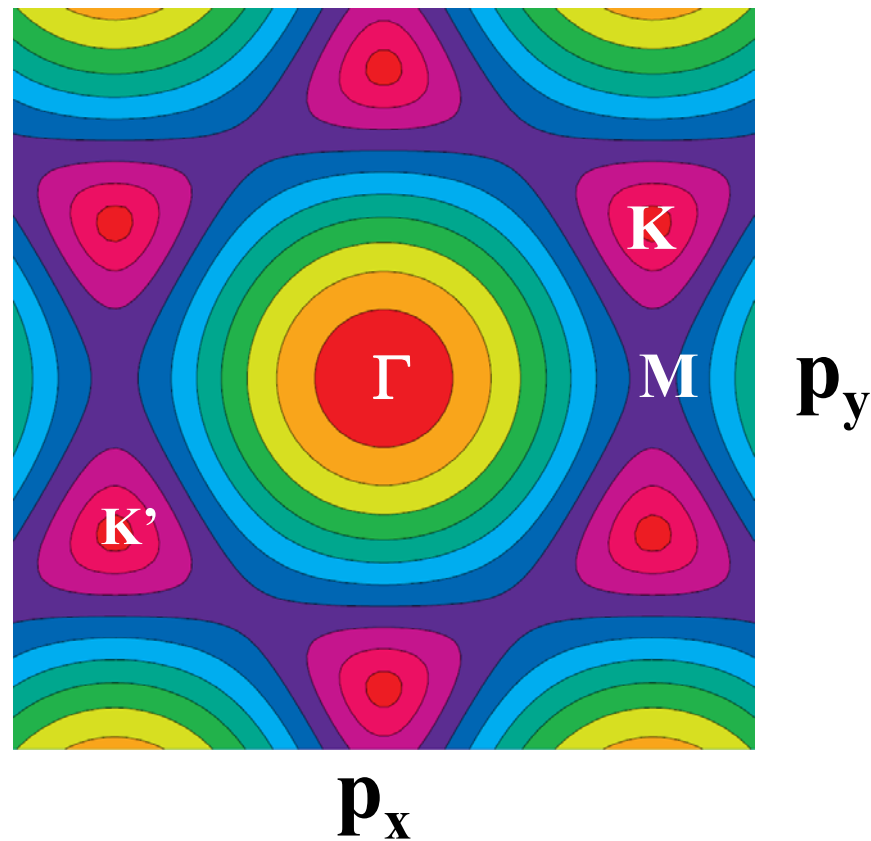
vezetési sáv (üres)



Vegyértéksáv

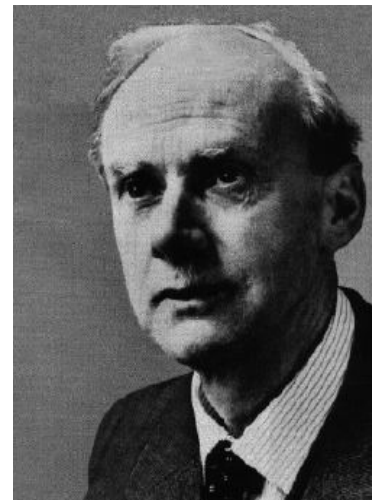
(teljesen be van töltve)

Energia-szintvonalak, „térkép”

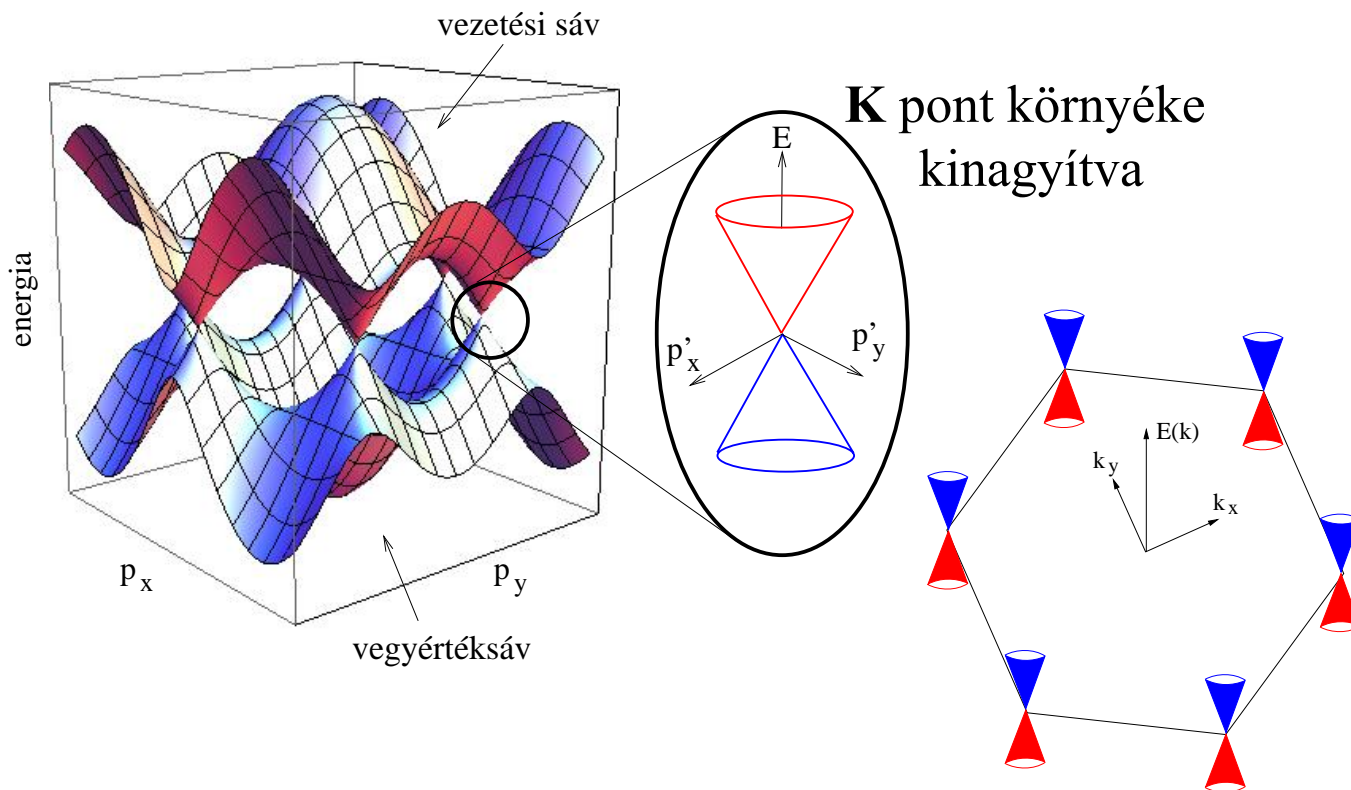




# Dirac-kúpok



Paul Dirac  
(1902-1984)



- A K pontok körül **lineáris** az energia impulzustól való függése
- **Dirac-kúpok (Dirac cones):**  $E = v p$

$$v \approx \frac{c}{300}, \text{ ahol } c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s fényssebesség}$$

# Klasszikus mechanika

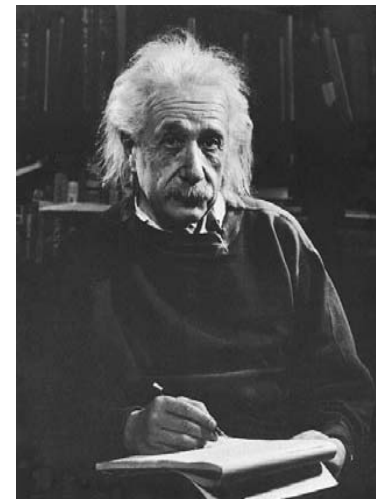
Az impulzus arányos a test sebességével:  $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}, \quad \text{ahol } m \text{ az elektron tömege}$$

Fémekben az elektron energiája  
négyzetesen arányos a test impulzusával!

az elektron sebessége kb. 1000 km/s

# Relativisztikus mechanika



Albert Einstein  
(1879-1955)

$$E = \sqrt{m^2 c^4 + c^2 p^2}$$



Ha a részecske nyugalmi tömege zérus,  
azaz  $m = 0$

$$E = cp$$

**A részecske energiája arányos az impulzusával!**

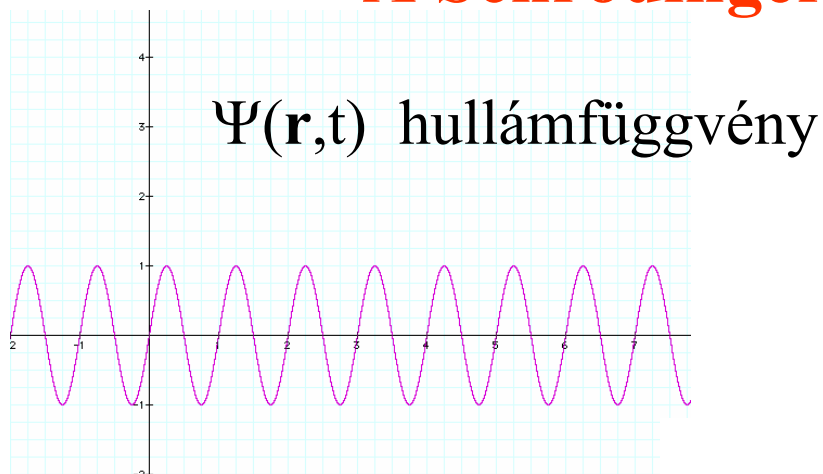
**Van ilyen részecske? Lássuk! Sajnos kicsit „izzadni kell”.**

# Klasszikus kvantummechanika

## A Schrödinger-egyenlet (1926)



Erwin **Schrödinger**  
(1887-1961)



de Broglie-hullámhossz:  $\lambda = \frac{h}{mv}$

Planck-állandó

elektron sebessége



Max **Planck**  
(1858-1947)



Louis de **Broglie**  
(1892-1981)

Schrödinger-egyenlet  $\Psi(\mathbf{r},t)$ -re



Az elektron megtalálási valószínűsége:

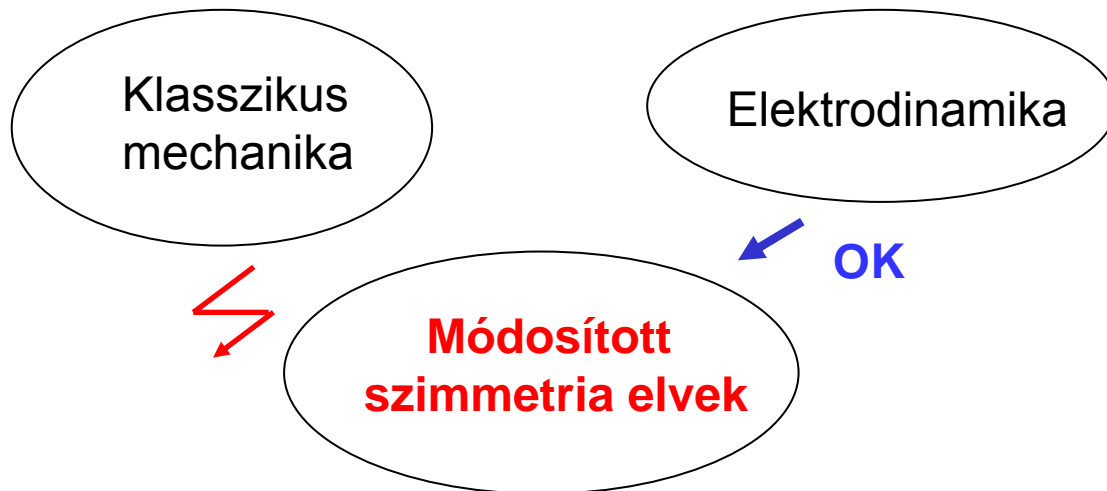
$$|\Psi|^2$$

# Dávid Gyula előadása

(2009. jan. 15. atomcsill előadás)

c) Meglepő,  
új megoldás:

**speciális  
relativitáselmélet**



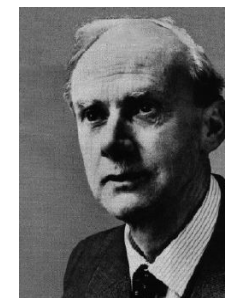
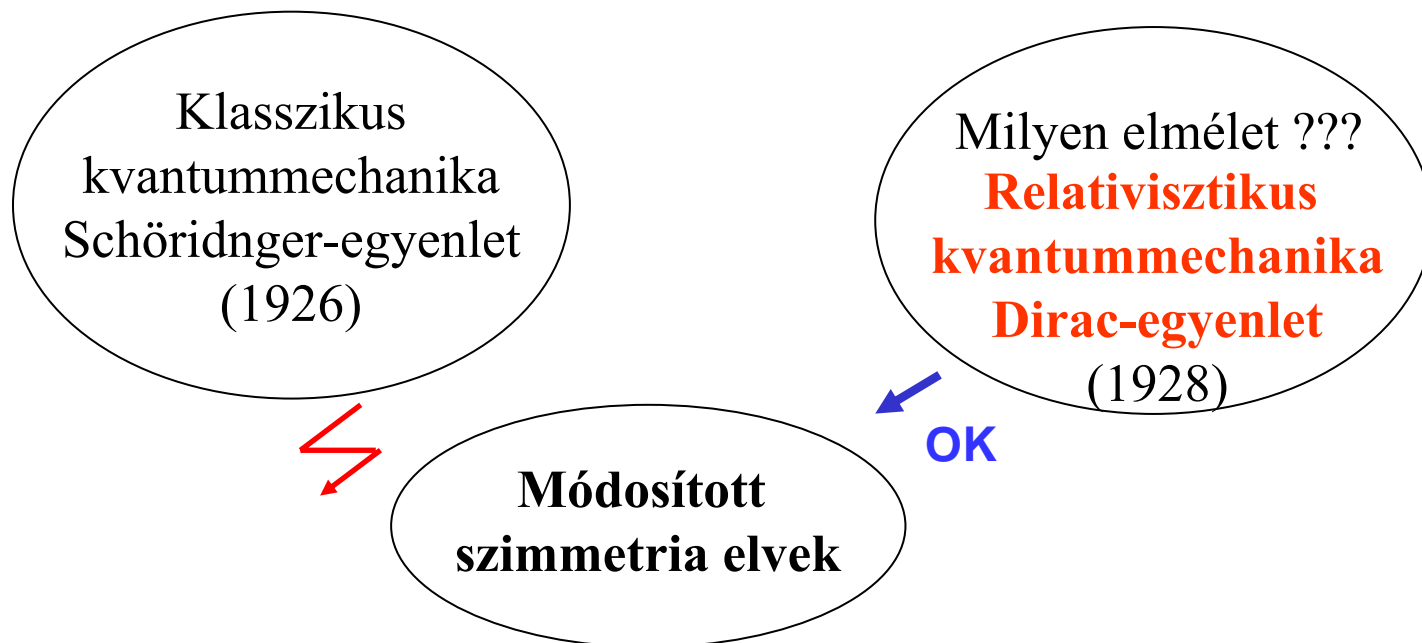
**Hibás a klasszikus mechanika!**

Kissé módosított szimmetriaelvek:

Galilei helyett **Lorentz**



# Relativisztikus kvantummechanika, Dirac-egyenlet



**Paul Dirac**  
(1902-1984)

Meglepő, új megoldás:

- Dirac megjósolta a **pozitron** (az elektron antirészecskéje), majd Carl Anderson 1932-ben kísérletileg is megfigyelte
- Dirac értelmezte az elektron **spinjét**



# Lássuk! Van-e zérus nyugalmi tömegű részecske?

## Egy különös anyag, a fény

Foton sebessége:  $c = \nu \lambda$

Foton energiája:  $E = h\nu$

(Planck, 1900. december 14, a kvantummechanika születése,  
1918. Nobel-díj)

de Broglie-hullám:  $\lambda = \frac{h}{p}$

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

$$E = cp$$

Láttuk:  $E = \sqrt{m^2 c^4 + c^2 p^2}$

**A foton tömege zérus!**

A Maxwell-egyenletek írják le, ami összhangban van  
a speciális relativitás elmélettel.

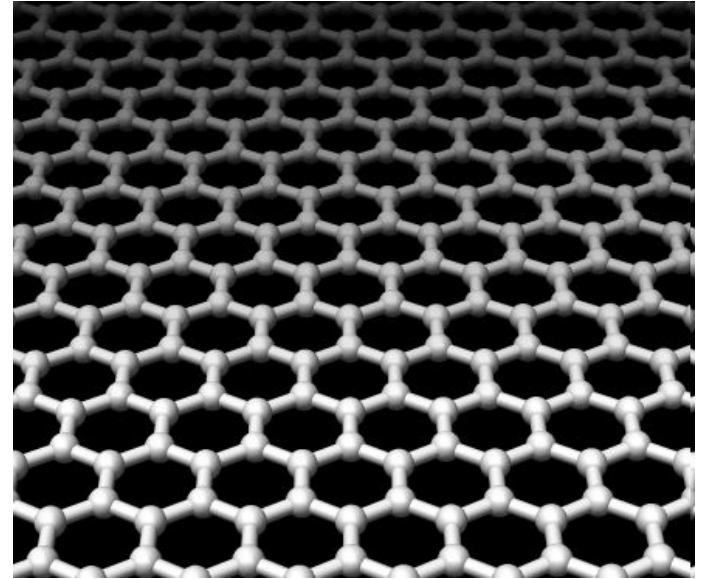
# Vissza a grafénhez

Láttuk:

$$E = v p$$

$$v \approx \frac{c}{300}$$

fénysebesség:  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s



## Összefoglalva:

Grafénben az elektronok mozgása a Dirac által kidolgozott **relativisztikus kvantummechanika** törvényét követi, amelyben a **részecske nyugalmi tömege zérus**.

**Vigyázat!** Az analógia csak formális, az elektron nem mozog relativisztikus sebességgel, ez az elektronnak a kristályráccsal való kölcsönhatásának köszönhető.

# Az első mérések grafénben

22 OCTOBER 2004 VOL 306 SCIENCE www.sciencemag.org

Vol 438|10 November 2005|doi:10.1038/nature04233

nature

## Electric Field Effect in Atomically Thin Carbon Films

K. S. Novoselov,<sup>1</sup> A. K. Geim,<sup>1\*</sup> S. V. Morozov,<sup>2</sup> D. Jiang,<sup>1</sup>  
Y. Zhang,<sup>1</sup> S. V. Dubonos,<sup>2</sup> I. V. Grigorieva,<sup>1</sup> A. A. Firsov<sup>2</sup>

LETTERS

## Two-dimensional gas of massless Dirac fermions in graphene

K. S. Novoselov<sup>1</sup>, A. K. Geim<sup>1</sup>, S. V. Morozov<sup>2</sup>, D. Jiang<sup>1</sup>, M. I. Katsnelson<sup>3</sup>, I. V. Grigorieva<sup>1</sup>, S. V. Dubonos<sup>2</sup>  
& A. A. Firsov<sup>2</sup>

Vol 438|10 November 2005|doi:10.1038/nature04235

nature

LETTERS

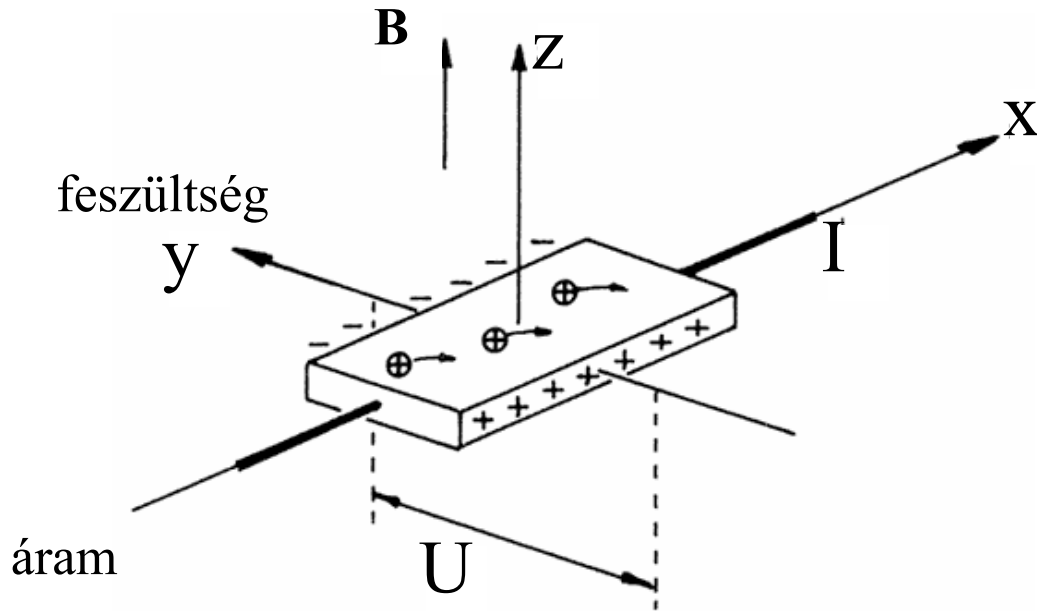
## Experimental observation of the quantum Hall effect and Berry's phase in graphene

Yuanbo Zhang<sup>1</sup>, Yan-Wen Tan<sup>1</sup>, Horst L. Stormer<sup>1,2</sup> & Philip Kim<sup>1</sup>

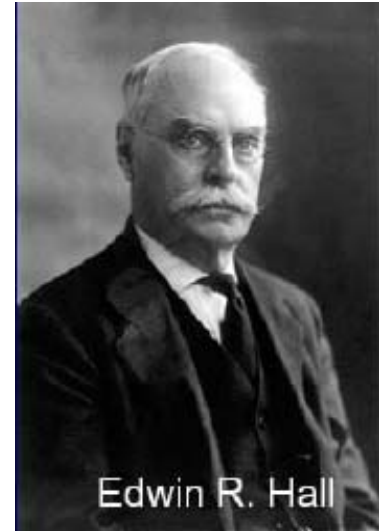
- K. Novoselov et al., Science **306**, 666 (2004)
- K. Novoselov et al., Nature **438**, 197 (2005)
- Y. Zhang et al., Phys. Rev. Lett. **94**, 176803 (2005)
- Y. Zhang et al., Nature **438**, 201 (2005)
- K. Novoselov et al., Nature Physics **2**, 177 (2006)

# Hall-effektus

kis mágneses tér ( $B < 1$  Tesla)

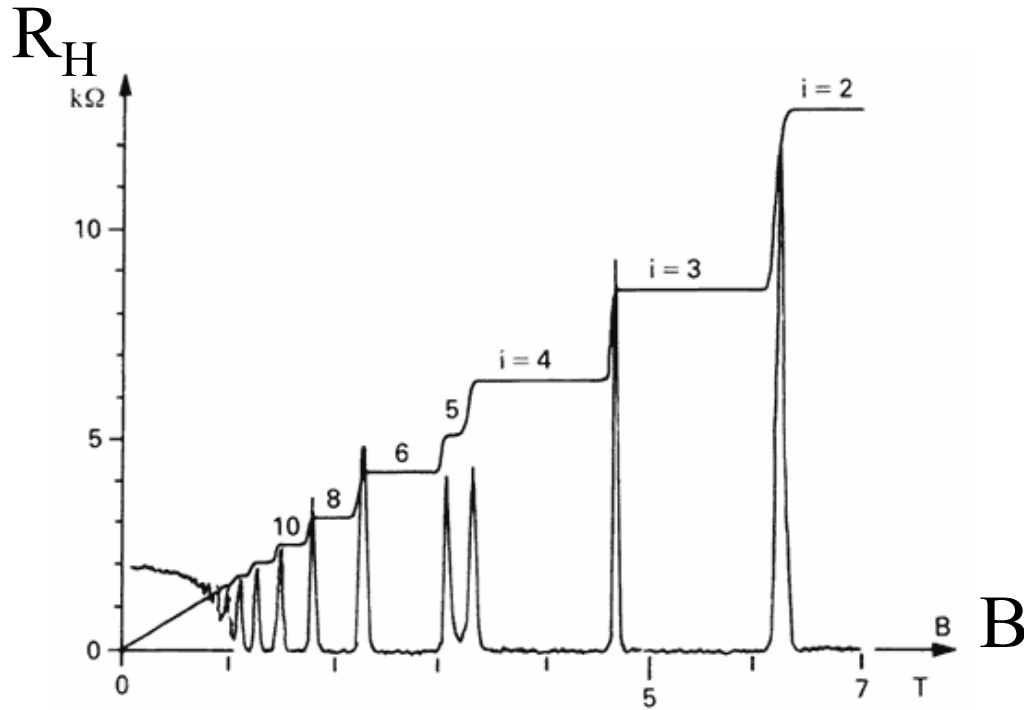


**Edwin H. Hall** 1879



Hall-ellenállás: 
$$R_H = \frac{U}{I} \sim B$$

# Kvantált Hall-effektus (egész)



- A hőmérséklet néhány Kelvin
- A mágneses tér több Tesla

$$R_H = \frac{h}{i e^2}, \quad i = 1, 2, 3, \dots$$



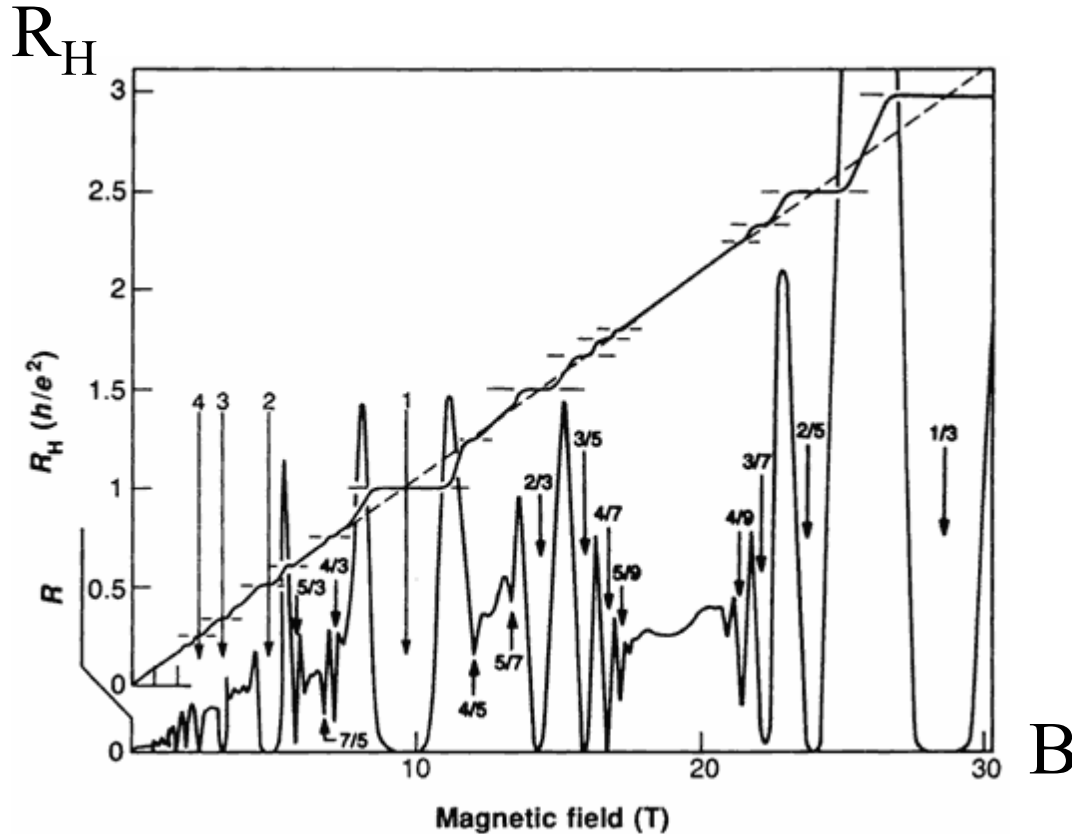
**Klaus von Klitzing**  
Max-Planck-Intézet  
Stuttgart

**1985. Nobel-díj**

$$\frac{h}{e^2} \approx 25812,8 \Omega$$

**Univerzális állandó!!!**

# Tört kvantum Hall-effektus



- még kisebb hőmérséklet,  $T < 1$  K
- még nagyobb mágneses tér
- sok kölcsönható elektron

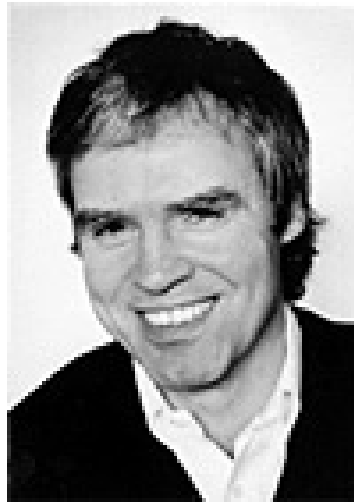
$$R_H = \frac{h}{\nu e^2}, \quad \nu = \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{4}{7}, \frac{5}{11}, \frac{2}{3}, \dots$$



## 1998. évi fizikai Nobel-díj



**Robert B. Laughlin**  
Stanford University



**Horst L. Störmer**  
Columbia University



**Daniel C. Tsui**  
Princeton University

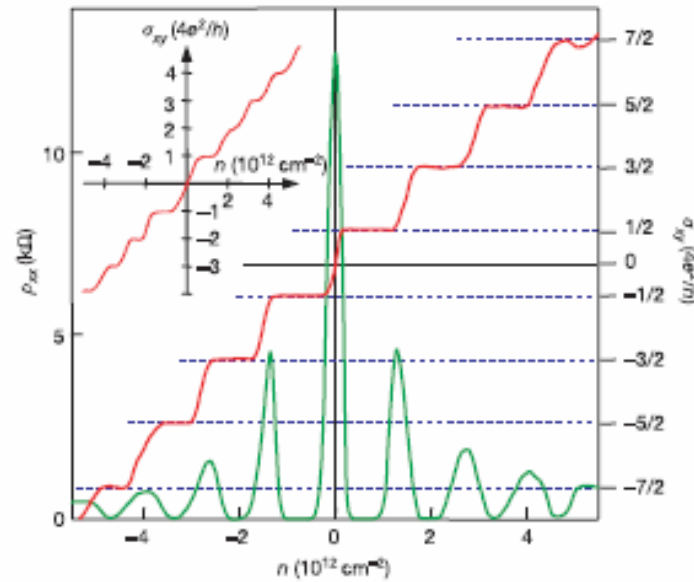
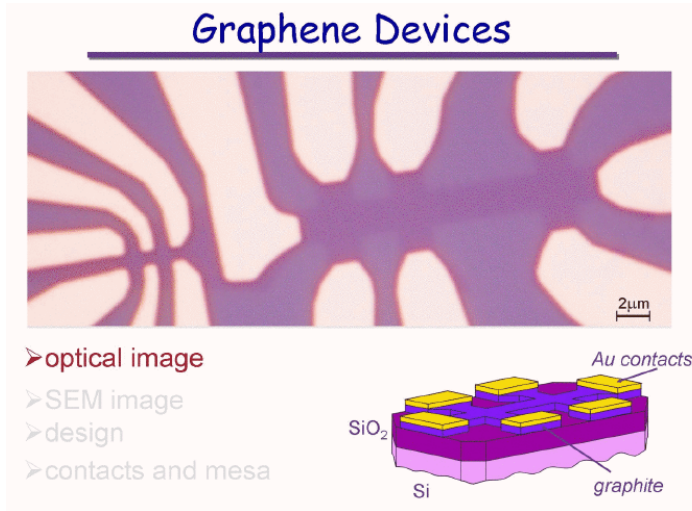
$\frac{h}{e^2} \approx 25812,8 \Omega$  értéke  $10^{-8}$  pontossággal mérhető!

**Ellenállás standard**

Amerikai Mérésügyi Hivatal

# Kvantált Hall-effektus grafénben

Andre Geim és csoportja, Manchester



B



Andre Geim

$$1/R_H$$

$$R_H = \frac{h}{4 \left( n + \frac{1}{2} \right) e^2}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

**BBC NEWS**

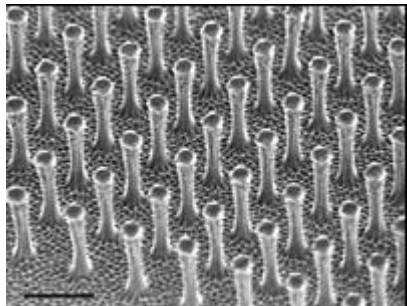
By Richard Black

BBC science correspondent, 1 June, 2003

---

## Scientists in the UK have created a sticky tape which works in the same way as gecko feet.

The researchers say the material clings so well to a surface that by covering the palm of one hand with the tape, a person could hang from the ceiling – just like the remarkable lizard. So far, however, Professor **Andre Geim** and colleagues have only been able to make a very small square of their gecko tape because of the difficulties involved in the fabrication process.



hajszálnál is vékonyabb  
műanyag szálak

# Lehetséges alkalmazások

- **Grafén alapú elektronika:** Elektronikai eszközök bizonyos elemeinek grafénnel történő helyettesítése. Nagy áram, mechanikailag stabil.  
Az elektron akár  $0.3 \mu\text{m}$  utat is megtehet szabadon !!!!  
Nagyon gyors kapcsolási idő  $< 10^{-13}\text{s}$
- **Grafén alapú kvantum számítógép ?!?**
- **Hidrogén tárolás**
- **Kémiai szenzor (gáz molekulák érzékelése)**
- **A grafén nem sík:** görbült tér + Dirac egyenlet, általános relativitáselmélet
- **Tört kvantum Hall-effektus**
- **Szupravezető-grafén rendszer**
- **Negatív törésmutató:**  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n < 0$

**Csak 4 éve kutatják a grafént!**

## Köszönet:

Dávid Gyula: ELTE, Atomfizika Tanszék

Csordás András: ELTE, Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék

Pályi András: ELTE, volt PhD hallgató

Péterfalvi Csaba: ELTE, PhD hallgató

Rakya Péter: ELTE, V. éves fizikus hallgató

Hagymási Imre: ELTE, IV. éves fizikus hallgató

Oroszlány László: Lancaster University , PhD hallgató

Kormányos Andor: Lancaster University, post. doc.

Colin Lambert: Lancaster University, Lancaster

Carlo Beenakker: Leiden University, Leiden

Edward McCann: Lancaster University, Lancaster

Vladimir Fal'ko: Lancaster University, Lancaster

Az előadásról cikk jelent meg a Természet Világa 2009. januári számában